

I - B 289

梁の衝撃力に関する局所ばねの研究

北海道大学大学院工学研究科 学生員 柴田俊文
 北海道大学大学院工学研究科 フェロー 三上 隆
 (株)地崎工業土木部技術課 正会員 須藤敦史

1. はじめに

梁に剛球が落下する衝撃問題では、梁の横振動方程式と局所的変形を考慮した修正 Hertz 理論をばね-質量系にモデル化して解析を行うことが多い。筆者らは三次元の有限要素法を用いて静的に荷重を作用させ、局所変形に相当するばね(静的等価剛性 $k_1=k_{st}$ と記す)を求め、その値を用いて解析を行ってきた。しかしその適用性は剛球の質量と初期速度に依存するという結果が得られた。

本研究では剛球の初期速度、質量、梁の質量及び曲げ剛性の影響を考慮した動的等価剛性($k_1=k_{dy}$ と記す)の算定式を示した。そして k_{dy} を用いて解析を行うことによって本方法の適用性を確認し、あわせて支持条件を数種類に変化させ、その応用性を検討する。

2. 解析方法

(1)モデル化

図-1 に示す両端単純支持梁(長さ L 、高さ及び幅 h 、中空部分の高さ及び幅 h_0 、剛性係数 E 、密度 ρ 、そして質量 M_0)の中央に初期速度 v_0 、質量 m_c の剛球が衝突するモデルを考える。ただし剛球の初期速度は $v_0/c \leq 1.0 \times 10^{-3}$

(c は縦波の速度)の低速度、梁の断面は正方形のみを解析の対象とした。梁の理論は Bernoulli-Euler 梁理論を採用し、また、衝撃力波形が示されている結果では、修正 Hertz 理論による場合は Newton-Raphson 法と有限要素法の併用により解析し、これを厳密解として破線で、ばね-質量系を用いたものを実線で示す。またグラフはすべて値を無次元化して示した。

(2)動的等価剛性 k_{dy} の導出方法

前述したように静的等価剛性 k_{st} を用いて解析を行った場合、その数値妥当性は剛球の初期速度と質量に依存した。そこで剛球の初期速度と質量、梁の質量と曲げ剛性を考慮に入れた動的等価剛性 k_{dy} の導出方法を示す。衝突回数が一回のみの正弦曲線の形状を有する衝撃力波形(図-2)を用い、ばね-質量系を用いて厳密解に衝撃荷重の最大値と衝突時間がほぼ適合するように試行錯誤的に等価剛性を求め、算定式導出に使用するデータとした。

式(1)に示すように上述した諸パラメータの関数として、算定式を表示する。そして作成したデータを用い、最小自乗法によりこれらの係数を決定する。次に静的等価剛性は梁の長さに依存しないことより断面の形状のみの関数として式(2)で表し、式(1)と同様にして係数を求める。そして式(1)及び式(2)を組み合わせることによって動的等価剛性 k_{dy} を求める。

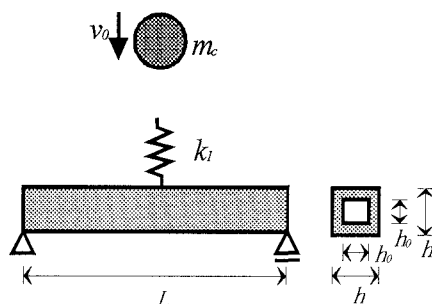


図-1 ばね-質量系へのモデル化

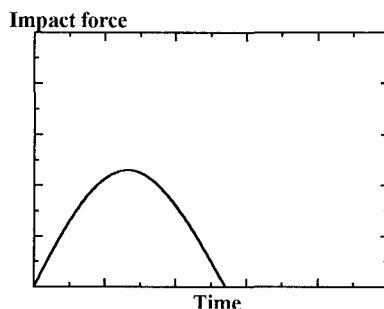


図-2 算定式の誘導に用いた衝撃力波形

キーワード：衝撃力、局所変形、ばね-質量系、梁

連絡先(住所：札幌市北区北13条西8丁目・電話：011-706-6176・FAX：011-726-2296)

算定式を以下に示す。

$$k_{dy}/k_{st} = \alpha_1 \cdot \exp(\beta_1 x_1) \cdot \left(\frac{1}{m_c/\rho h^3} + \frac{1}{M_0/\rho h^3} \right)^{\gamma_1} \cdot \left(v_0/c \right)^{\delta_1}, \quad x_1 = \left(h_0/h \right)^4 \quad (1)$$

ここで係数 α_1 、 β_1 、 γ_1 及び δ_1 の値は以下となった。

$$\alpha_1 = 27.6, \quad \beta_1 = 3.17, \quad \gamma_1 = -\frac{1}{3}, \quad \delta_1 = \frac{2}{5}$$

また上述した静的等価剛性 k_{st} の算定式は次式で表される。

$$k_{st}/Eh = \alpha_2 \cdot \exp(\beta_2 x_1) \quad (2)$$

ここで諸係数は次に示す値となった。

$$\alpha_2 = 2.25 \times 10^{-2}, \quad \beta_2 = -2.67$$

3. 数値検討例

結果を図-3に示す。ここで剛球と梁の質量の比は $m_c/M_0=10$ を用い、両端単純支持梁の結果を(a)、(b)に、(それぞれ剛球の初期速度が $v_0/c=1.0 \times 10^{-3}$ 、 $v_0/c=1.0 \times 10^{-2}$)支持条件を両端固定、一端固定-他端単純支持とした結果をそれぞれ(c)、(d)に示す。

(c)の後半部ではやや厳密解と差が見られるものの、良好な結果が得られていることが確認できる。

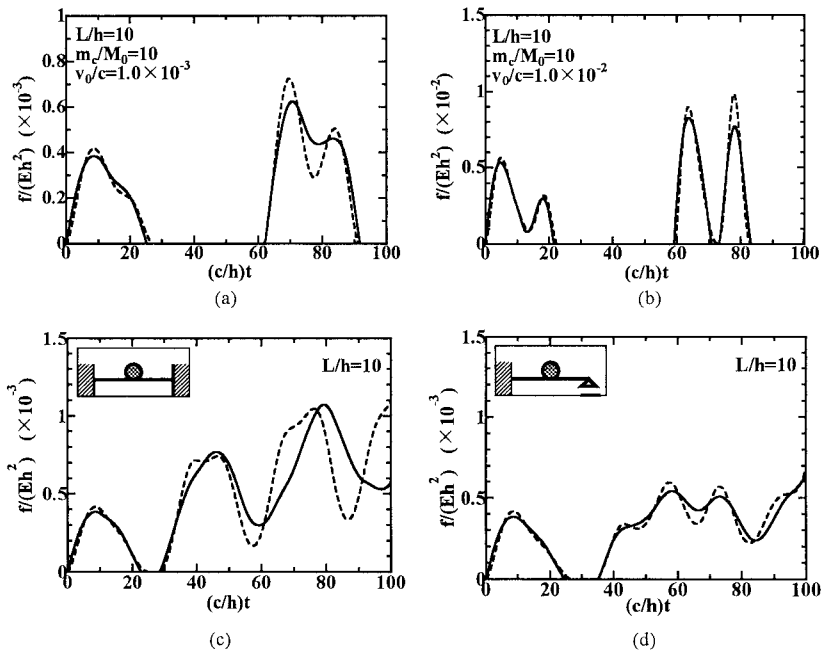


図-3 衝撃力波形

4. まとめ

本論文では、梁と剛球の衝突問題において接触点の局所変形の影響を簡易なばねで表示し、解析する場合のばね定数の値の算定式を提示し、その妥当性、有効性の検討を行ったものである。以下に本研究で得られた結果を示す。

- (1) 提示したばね定数の算定式は剛球の初期速度 $v_0/c \leq 1.0 \times 10^{-2}$ に適用可能であり、静的に定めたばね定数を基準にし、剛球の初期速度、剛球と梁の質量及び梁の断面形状で表されたものである。
- (2) 解析の結果、任意の支持条件、衝突位置に対して適用が可能であり、また様々な様相を示す衝撃力波形にも良好な数値妥当性が示された。
- (3) 提示した解法は非線形方程式を解かず解を得ることができるため、梁の衝撃力特性の把握に有効である。