

I-B237

振動法によるケーブルの構造同定について

北海道大学大学院工学研究科	F 会員	林川 俊郎
北海道大学大学院工学研究科	学生員	目時 政紀
北海道大学大学院工学研究科	正 員	及川 昭夫
北海道大学大学院工学研究科	正 員	小幡 卓司

1. まえがき

斜張橋やニールセン橋などのケーブル構造物では、ケーブル張力の調整が重要となる。この際、簡便かつ精度の高い張力の測定法が必要とされている。現在最も一般的に用いられている測定法として振動法が挙げられる¹⁾。ケーブルの曲げ剛性は断面から一義的に決定されるものではないことから²⁾、現在の振動法では予備実験にて曲げ剛性を測定している。しかし、現場状況の再現性の困難さや作業の簡素化といった面から、曲げ剛性と張力を同時に推定する手法や、ケーブル端部の境界条件は固定と単純の中間にあると考えられることから、境界条件に回転ばねを採用した研究³⁾がなされている。本研究は境界条件に回転ばねを採用し、曲げ剛性と張力、および境界条件を推定することを目的として、丸棒を用いた実験を通してその妥当性を検討する。

2. 解析方法

水平張力を受けるケーブルのたわみに関する運動方程式は、サグの影響を無視すると次式で表される。

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

ここで w はケーブルのたわみ変位、 EI は曲げ剛性、 T は水平張力、 ρ は密度、 A は断面積を表す。 $w(x, t) = W(x) e^{i\omega t}$ と変数分離しこの式を解くと、たわみのモード W の一般解は次式で表される。ここで ω は固有円振動数である。

$$W = A \cos \mu x + B \sin \mu x + C \cosh vx + D \sinh vx \quad (2)$$

ただし、

$$\mu = \sqrt{\frac{T}{2EI}} \left(\sqrt{1 + \frac{4mEI}{T^2} \omega^2} - 1 \right), \quad v = \sqrt{\frac{T}{2EI}} \left(\sqrt{1 + \frac{4mEI}{T^2} \omega^2} + 1 \right) \quad (3)$$

回転ばね定数を K とおくと両端回転ばね支持の境界条件は式(4)で表され、式(2)を代入すると式(5)が得られる。

$$W = 0, \quad \text{at } x = 0, l, \quad K \frac{dW}{dx} = EI \frac{d^2 W}{dx^2}, \quad \text{at } x = 0, l \quad (4)$$

$$2\mu v K^2 (1 - \cos \mu l \cosh vl) + \{K^2 (v^2 - \mu^2) - E^2 I^2 (\mu^2 + v^2)^2\} \sin \mu l \sinh vl = 0 \quad (5)$$

vl の値が十分大きい場合、双曲線関数の近似式を適用し、三角関数の解の周期性を考慮すると次式を得る。

$$f^2 = \frac{\pi^2 EI}{4 ml^4} \left(n + \frac{\theta}{\pi} \right)^4 + \frac{T}{4 ml^2} \left(n + \frac{\theta}{\pi} \right)^2, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{2\mu v K^2}{K^2 (v^2 - \mu^2) - E^2 I^2 (\mu^2 + v^2)^2} \quad (6)$$

式(6)に、 $K=0$ を代入すると単純支持、 $K=\infty$ を代入すると固定支持の場合の関係式となる。

式(6)より固有振動数の2乗は、モード次数 n の多項式で表現できることから、複数の固有振動数を求め最小二乗法を適用すれば、同式の係数である曲げ剛性と張力を求めることができる。式(6)で定義される θ は固有振動数の関数であるため、モード次数 n に対応する値を θ_n とする。 $(n + \theta_n/\pi)$ を X_n で置き換え最小二乗法を適用すると次式を得る。

$$\frac{1}{4 ml^2} \begin{bmatrix} \sum X_n^4 & \sum X_n^6 \\ \sum X_n^6 & \sum X_n^8 \end{bmatrix} \left\{ \frac{T}{l^2} EI \right\} = \begin{bmatrix} \sum f_n^2 X_n^2 \\ \sum f_n^2 X_n^4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

ただし、式(6)で定義された θ は張力と曲げ剛性の関数であり、値を求めるには収束計算を行う必要がある。回転ばね定数 K については予め値を与え、最適なものを採用することとした。

キーワード : ケーブル, 曲げ剛性, 張力, 境界条件

連絡先 : 北海道大学大学院工学研究科 〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目 TEL 011-706-6170

3. 振動実験

上述した推定法を検討するため、丸棒を用いた振動実験を行う。実験装置を図-1 に示す。丸棒の諸元は直径 5.69 mm、長さ 5.00m、密度 $7.85 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ である。直径は長さ方向の数カ所で測定した平均値を用いている。丸棒の両端をねじ加工し、図-2 に示すよう境界条件を設定する。右端の支持台を完全に固定し、左端を油圧ジャッキで加圧することにより張力を導入する。設定張力は、ひずみゲージを丸棒の上下および両側面の 4 点に張り、測定されたひずみの平均値を用いて算定することとした。加振方法はハンマーによる打撃加振を行い、打撃位置は左端より 55cm とする。振動数の測定は、左端より 30cm の位置に加速度センサーを設置し、応答値を動ひずみ計で増幅し、A/D 変換ボードを介してパソコンにデジタルデータとして入力し応答加速度波形を得る。サンプリング周波数は 500Hz、20 秒間測定する。得られた応答加速度波形を FFT 解析することで固有振動数とモード次数を得る。

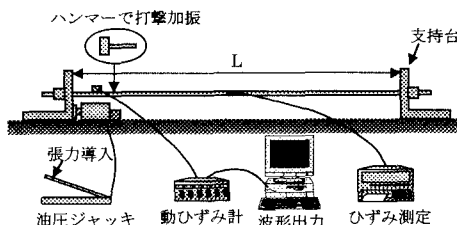


図-1 実験装置

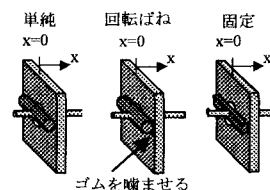
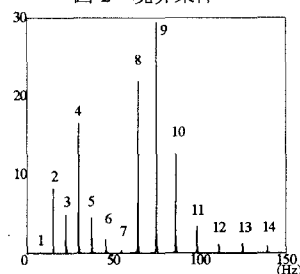


図-2 境界条件

4. 実験結果

振動実験は両端単純支持と両端固定支持について行い、初期張力は 1000N、2500N、4000N 付近の値を設定した。設定張力 1000N、両端固定支持における FFT 解析結果例を図-3 に示す。同図より固有振動数の周期性を考慮すると、1 次から 14 次の固有振動数を読み取ることができる。固定支持における各張力のモード次数と固有振動数の測定結果の一例を表-1 に示す。式 (6)、(7) の繰り返し計算より計算された EI 、 T の推定結果を表-2 に示す。推定結果は曲げ剛性の値が大きく、張力の値が小さくなり、良好な結果を得ることはできなかった。理由としては、本実験で用いた加速度センサーの重さが、丸棒の重量に対して無視できない大きさであったことから、影響が大きく出てしまったためと考えられる。

図-3 固有振動数と
パワースペクトル(両端固定支持, $T=1000\text{N}$)

5. あとがき

本研究では、水平張力を受ける丸棒の曲げ剛性と張力、境界条件を求めることを目的とし、水平張力を受けるケーブルの固有振動解析と丸棒を用いた振動実験を行った。境界条件が未知であっても推定できるよう、運動方程式から回転ばね支持の境界条件によるモード次数と固有振動数の関係式を導いた。複数のモード次数と固有振動数に、最小二乗法を適用し曲げ剛性と張力、境界条件を求める手法を示した。本手法の妥当性を両端単純支持と両端固定支持の境界条件において、振動実験にて検討した。振動実験においては、丸棒の重量に比較して、加速度センサーの重さの影響が大きいことから、良好な結果が得られず、今後改善する必要があるものと考えられる。

参考文献

- 1) 新家 徹・広中邦汎・頭井 洋・西村春久：振動方によるケーブル張力の实用算定式について、土木学会論文報告集、第 294 号、pp.25-32、1980.2.
- 2) 山口宏樹・宮田利雄・伊藤 学：曲げ剛性を考慮したケーブルの面内線形自由振動、土木学会論文報告集、第 319 号、pp.13-19、1982.3.
- 3) 山極伊知郎・宇津野秀夫・遠藤浩司・杉井謙一：振動伝達関数法によるケーブル張力と曲げ剛性の同時推定法、構造工学論文集、Vol.44A、pp.853-860、1998.3.

表-1 固有振動数の実験結果 (単位:Hz)

境界条件		両端固定支持		
水平張力		1000N	2450N	3930N
モード次数	n=1	7.69	11.41	14.22
	2	15.20	22.71	28.26
	3	22.58	33.45	41.56
	4	29.91	43.82	54.08
	5	37.41	54.38	67.02
	6	45.53	65.92	81.18
	7	54.62	78.37	96.31
	8	64.39	91.43	112.06
	9	75.01	105.22	128.48
	10	86.24	119.57	145.26
	11	98.45	134.52	162.66
	12	111.21	149.90	180.36
	13	124.94	166.08	198.79
	14	139.16	182.68	217.47

表-2 曲げ剛性と水平張力の推定結果

境界条件	丸棒の曲げ剛性	実験張力 (N)	推定曲げ剛性 (Nm^2)	推定張力 (N)
単純	10.6	1039	11.2	796
		2489	13.1	2028
		3940	15.0	3249
		1000	12.1	881
固定	10.6	2450	14.5	2129
		3930	16.9	3330