

I-B111 瞬間変形係数のひずみ依存性を考慮した履歴モデルの定式化

中部電力（株）電力技術研究所 正会員 ○熊崎幾太郎、上田 稔

1. はじめに

全応力非線形時刻歴地震応答解析および有効応力非線形時刻歴地震応答解析（以下、それぞれ全応力非線形解析および有効応力解析と略記する）においては、等価せん断剛性率 G_{eq} と履歴減衰係数 h のひずみ依存性が極めて重要な動的物性となっている。従って、これらの解析により地盤要素の集合体である地盤の地震時応答を正確に予測するためには、地盤要素の動的変形試験より求められる G_{eq} および h のひずみ依存性試験データと広いひずみ領域に渡って高精度に適合し、それらを正確に履歴曲線として時々刻々解析へ反映させることが可能な履歴モデルを用いる必要がある。

本稿では、まず、全応力非線形解析および有効応力解析において G_{eq} と h のひずみ依存性がいかに重要な意味を有する支配動的物性となっているのかについて触れ、続いて、これまでに提案した瞬間変形係数のひずみ依存性を考慮した履歴モデル（MDM（Momentary Deformation Modulus）モデル¹⁾）のより一般的な定式化と提案履歴モデルの特長について記述する。

2. 履歴ループの形状と G_{eq} 、 h との関係

図-1に飽和した地盤要素の動的変形試験で得られる履歴曲線における1サイクル分の履歴ループの例を示す。この履歴ループは2つの1/2サイクル分の曲線部から成っている。ここで、せん断ひずみが γ_a から γ_b へ変化したときの1/2サイクル分の曲線部を $\tau_I = \tau_I(\gamma)$ とし、せん断ひずみが γ_b から γ_a へ変化したときの1/2サイクル分の曲線部を $\tau_{II} = \tau_{II}(\gamma)$ とすると、 τ_I と τ_{II} それぞれの曲線部における時々刻々の接線せん断剛性率 $d\tau_I/d\gamma = \tau'_I(\gamma)$ と $d\tau_{II}/d\gamma = \tau'_{II}(\gamma)$ が閉区間 $\gamma_a \leq \gamma \leq \gamma_b$ で連続であるとき、 $\gamma_a \leq \gamma \leq \gamma_b$ における $\tau'_I(\gamma)$ と $\tau'_{II}(\gamma)$ それぞれの平均値 $\overline{\tau'_I(\gamma)}$ と $\overline{\tau'_{II}(\gamma)}$ は、この履歴ループがいかなる形状であっても結局、

$$\overline{\tau'_I(\gamma)} = \frac{1}{\gamma_b - \gamma_a} \int_{\gamma_a}^{\gamma_b} \tau'_I(\gamma) d\gamma = \frac{1}{\gamma_b - \gamma_a} [\tau_I(\gamma)]_{\gamma_a}^{\gamma_b} = \frac{\tau_I(\gamma_b) - \tau_I(\gamma_a)}{\gamma_b - \gamma_a} = G_{eq} \quad (1)$$

$$\overline{\tau'_{II}(\gamma)} = \frac{1}{\gamma_a - \gamma_b} \int_{\gamma_b}^{\gamma_a} \tau'_{II}(\gamma) d\gamma = \frac{1}{\gamma_a - \gamma_b} [\tau_{II}(\gamma)]_{\gamma_b}^{\gamma_a} = \frac{\tau_{II}(\gamma_a) - \tau_{II}(\gamma_b)}{\gamma_a - \gamma_b} = G_{eq} \quad (2)$$

である。すなわち、どのひずみレベルにおいても、履歴曲線の各履歴ループの1/2サイクル分（ τ_I あるいは τ_{II} ）について求められる全ての接線せん断剛性率の平均値は、常にその履歴ループの割線の勾配 G_{eq} と一致している。従って、全応力非線形解析および有効応力解析では、1/2サイクル毎にみれば、それぞれの解析で用いられている履歴モデルが描く履歴ループの形状に関わらず、平均的には現在のひずみレベル γ における $G_{eq}(\gamma)$ と $h(\gamma)$ の値が支配的な動的物性値となった計算がなされていることになるので、全応力非線形解析および有効応力解析では地盤要素の動的変形試験で得られる G_{eq} と h のひずみ依存性試験データと高精度に適合可能で、それらを時々刻々履歴曲線として解析に反映させることが可能な履歴モデルを用いることが最も本質的であり重要であると言える。

3. MDMモデル^{1), 2), 3)}

ここでは、モデルの物理パラメータ数が3つである場合について、MDMモデルの一般的な定式化について述べる。MDMモデルでは、せん断ひずみレベル γ における瞬間変形係数 $G_{MDM}(\gamma)$ 、すなわち繰返し荷重が反転する瞬間の変形係数（接線剛性）のひずみレベルに応じた変化を考慮している。 $G_{MDM}(\gamma)$ は物理的意味として、非線形要素（地盤要素や薄肉鋼構造部材など）の剛性を表すとともに、MDMモデルによる履歴曲線のひずみ硬化および軟化挙動を決定づけ、さらに履歴ループのふくらみ方すなわち減衰を決定する物理パラメータでもあって、 $h(\gamma)$ 、 $G_{eq}(\gamma)$ と $G_{MDM}(\gamma)$ とは密接な関係がある。ここで、従来のほとんどの全応力非線形履歴モデルでは、繰返し荷重反転時の接線せん断剛性率 G_{max} がひずみレベルに関わらず定数であるとして、次式のような関数 k によって $h(\gamma)$ と $G_{eq}(\gamma)$ の関係が表されている。

$$h(\gamma) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{\Delta W}{W} = k(G_{eq}(\gamma), G_{max}, h_{max}) \quad (3)$$

ここに、 h_{max} は最大履歴減衰係数である。しかし、地盤要素の動的変形試験結果のデータによれば、事実、上式(3)が妥当でなくなる可能性がある。すなわち、次式(4)の左辺と右辺の誤差はひずみレベルが大きくなるほど、無視できない程度に大きくなることしばしばある。

$$h(\gamma)_{\text{experiment}} \neq k(G_{eq}(\gamma)_{\text{experiment}}, G_{max}, h_{max}) \quad (4)$$

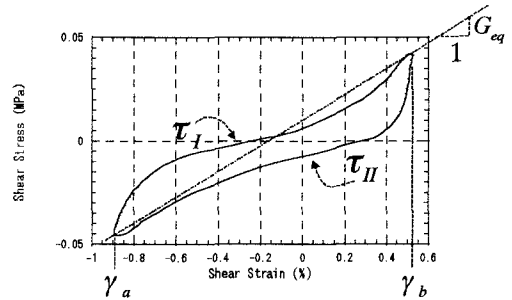


図-1 履歴ループと G_{eq}

キーワード 等価せん断剛性率、履歴減衰係数、瞬間変形係数、履歴モデル、地震応答解析

連絡先 〒459-8522 名古屋市長区大高町字北関山20-1 TEL.052-624-9186 FAX.052-623-5117

特に、石炭灰埋土や礫質土では、ひずみレベルが大きくなるほど、式(4)の左辺と右辺の誤差が非常に大きくなる傾向にあり、式(3)を仮定した従来の履歴モデルでは、広いひずみ領域に渡って試験データの $G_{eq}(\gamma)_{\text{experiment}}$ 、 $h(\gamma)_{\text{experiment}}$ と適切に適合することができない場合がある。^{1), 2), 3)}

一方、MDMモデルで定義した瞬間変形係数 $G_{MDM}(\gamma)$ は、ひずみレベルに関わらず $h(\gamma)$ 、 $G_{eq}(\gamma)$ と $G_{MDM}(\gamma)$ との関係があらゆる非線形要素を対象として、普遍的に次式で表される関係を満足するような物理パラメータであると仮定する。

$$h(\gamma) = k(G_{eq}(\gamma), G_{MDM}(\gamma), h_{\max}) \quad (5)$$

式(5)を $G_{MDM}(\gamma)$ について解くと、この仮定に基づいて演繹的に導かれる瞬間変形係数のひずみ依存性が次式により求められる。

$$G_{MDM}(\gamma) = s(G_{eq}(\gamma)_{\text{experiment}}, h(\gamma)_{\text{experiment}}, h_{\max}) \quad (6)$$

ただし、上式(5)から $G_{MDM}(\gamma)$ が陽に導けない場合には、陰解法によって式(5)を満たす瞬間変形係数のひずみ依存性を求める。また、MDMモデルの骨格曲線と履歴曲線はそれぞれ次のような関数 f あるいは g により、

$$\tau = G(|\gamma|) \cdot \gamma, \quad \tau = \tau^* + G(|\gamma - \gamma^*|/2) \cdot (\gamma - \gamma^*), \quad G(\gamma) = \frac{G_{MDM}(\gamma)}{1 + f(\gamma, \gamma_r, h_{\max})} \quad (7a), (7b), (7c)$$

あるいは、

$$\gamma = \frac{1}{G(|\tau|)} \cdot \tau, \quad \gamma = \gamma^* + \frac{1}{G(|\tau - \tau^*|/2)} \cdot (\tau - \tau^*), \quad G(\tau) = \frac{G_{MDM}(\gamma)}{1 + g(\tau, \gamma_r, h_{\max})} \quad (8a), (8b), (8c)$$

で表せる。ここに、 γ_r は参照せん断ひずみ、 γ^* と τ^* はそれぞれ荷重が反転する点のせん断ひずみとせん断応力を表す。次に、骨格曲線上の点 (γ, τ) においては、

$$\tau = G_{eq}(\gamma) \cdot \gamma \quad (9)$$

が成立しているので、MDMモデルの等価せん断剛性率のひずみ依存性は、式(7a)、(7c)、(9)より、

$$\frac{G_{eq}(\gamma)}{G_{MDM}(\gamma)} = \frac{1}{1 + f(|\gamma|, \gamma_r, h_{\max})} \quad (10)$$

あるいは、式(8a)、(8c)、(9)より、

$$\frac{G_{eq}(\gamma)}{G_{MDM}(\gamma)} = \frac{1}{1 + g(|G_{eq}(\gamma) \cdot \gamma|, \gamma_r, h_{\max})} \quad (11)$$

と導出される。さらに、各ひずみレベルにおける $h(\gamma)$ は上式(10)あるいは(11)で求められたモデルの $G_{eq}(\gamma)$ と $G_{MDM}(\gamma)$ の値を式(5)に代入することにより得られる。なお、モデルの G_{eq} および h のひずみ依存性曲線の形状を決定する物理パラメータ γ_r と $h_{\max}$ の値は、式(6)による各ひずみレベルの $G_{MDM}(\gamma)$ の値を用いながら、式(10)あるいは式(11)と式(5)によるモデルの $G_{eq}(\gamma)$ 、 $h(\gamma)$ が試験データの $G_{eq}(\gamma)_{\text{experiment}}$ 、 $h(\gamma)_{\text{experiment}}$ とできるだけ広いひずみ範囲において最も適合するように決定する。このように決定される γ_r および $h_{\max}$ の値と式(6)による $G_{MDM}(\gamma)$ を用いれば、式(7a)、(7b)、(7c)あるいは式(8a)、(8b)、(8c)により、任意の地震波形荷重下において、小ひずみ領域から地盤が液状化するような大ひずみ領域まで、地盤要素の支配動的物性値である $G_{eq}(\gamma)_{\text{experiment}}$ 、 $h(\gamma)_{\text{experiment}}$ と高精度に適合した履歴曲線を時々刻々全応力非線形解析へ反映させられる。

4. まとめ

液状化地盤の有効応力解析では、地盤要素の有効応力履歴モデルにより、大ひずみレベルにおいて逆S字形の履歴ループが描かれるが、1/2 サイクル毎の接線せん断剛性率の平均値は、本稿で述べたように結局 $G_{eq}(\gamma)$ であるので、逆S字の曲線形状を描くこと自体は、実務上はそれほど重要ではなく、また、有効応力履歴モデルによる地盤要素の $G_{eq}(\gamma)$ 、 $h(\gamma)$ が試験データの $G_{eq}(\gamma)_{\text{experiment}}$ 、 $h(\gamma)_{\text{experiment}}$ と広いひずみ範囲に渡り精度よく一致可能となっていなかったり、モデルのパラメータ数が多くて不確定性の大きい場合には、解析結果の信頼性にも問題が残ることとなる。

一方、本稿で一般的に定式化して述べたMDMモデルは、その物理パラメータ数が3つだけであっても、小ひずみ領域から大ひずみ領域にいたるまで、モデルによる地盤要素の $G_{eq}(\gamma)$ 、 $h(\gamma)$ と試験データの $G_{eq}(\gamma)_{\text{experiment}}$ 、 $h(\gamma)_{\text{experiment}}$ とが高精度に適合した状態を忠実に反映した履歴曲線を生成することが可能であり、さらに、液状化した地盤要素のひずみ軟化挙動も適切に表現できる。ゆえに、MDMモデルの適用によって、有効応力解析よりも簡便で実務に供しやすい全応力非線形解析でも、液状化層を含む地点においてアレー観測された加速度時刻歴などの実地震観測記録や、そのフーリエ・スペクトルを良好な精度でシミュレーションすることが可能である^{3), 4)}。

参考文献

- 1) 熊崎幾太郎： Chaos in Dynamic Deformation Properties of Nonlinear Elements and Prediction of their Constitutive Relations、博士論文（京都大学）、1998. 3.
- 2) 熊崎幾太郎、杉山 武、上田 稔、長谷川英明： 瞬間変形係数のひずみ依存性を考慮した履歴モデル、土木学会第53回年次学術講演会講演 概要集、Ⅲ-A 89、pp. 176-177、1998. 10.
- 3) 熊崎幾太郎、上田 稔： 全応力履歴モデルによるポートアイランドのまさ土地盤の非線形地震要素シミュレーション、第34回地盤工学研究発表会発表講演集、1999. 7.
- 4) 上田 稔、熊崎幾太郎、鈴木 隆、永坂英明： 兵庫県南部地震のポートアイランドにおける地盤地震応答の全応力非線形解析によるシミュレーション、第34回地盤工学研究発表会発表講演集、1999. 7.