Ｉ－Ｂ52　任意高次板曲げ理論における位相速度曲線群

東京理科大学大学院　学生員　真木有岳
東京理科大学　正会員　臼木恒雄

１．はじめに

今までの高次せん断変形板曲げ理論は次のような問題点を持っていた、第一に出発点である変位あるいは応力の仮定式が不明確という問題。第二に高周波領域における高次モードの厳密解との収束速度のズレの問題。第三に Rayleigh-Lamb 周波数方程式の３次以上のモードを板曲げ理論で再現する問題である。弾性論による板の厳密解法はきわめて限定された問題しか扱えないので、近似理論である高次板曲げ理論の工学的価値は高い、そこで本研究では上記の問題点を解決した望む数だけ高次のモードを求められる板曲げ理論の作成を目的とする。

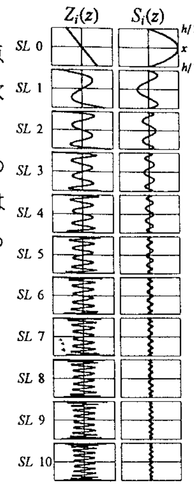

図１　基底関数

２．理論

動的一次せん断板曲げ理論として著名なMindlin板の理論を任意高次の板曲げ理論に拡張した。逐次近似的手法でせん断ひずみを真の解に近づけるとき、必然的に Legendre 関数の単位反り関数群が発生する。板厚方向の座標 z を独立変数とする単位反り関数 $Z_i(z)$ を図１に示す、それを板厚方向に積分する事で単位せん断応力関数群 $S_i(z)$ を求めた。この２種類の基底関数から、連成のない反り抵抗マトリックスおよびせん断抵抗マトリックスを誘導した、Hamilton の原理から板の運動方程式を導き、振動特性を調べるための変位波形を仮定する事により、希望する数だけの位相速度曲線群を描く行列式（１）を導いた。式(１)を解く事により位相速度曲線群（図２）を得た。

$$\begin{vmatrix} 1-\dfrac{c^2}{c_Q^2} & \left(\dfrac{\lambda}{2\pi}\right)^2 e_1^T \dfrac{k}{k} \\ \dfrac{12}{h^2}\dfrac{k}{k}\dfrac{c_Q^2}{c_P^2}e_1 & \left(1-\dfrac{c^2}{c_P^2}\right)I+3\left(\dfrac{\lambda}{\pi h}\right)^2\dfrac{k}{k}\dfrac{c_Q^2}{c_P^2} \end{vmatrix}=0 \quad \cdots\cdots (1)$$

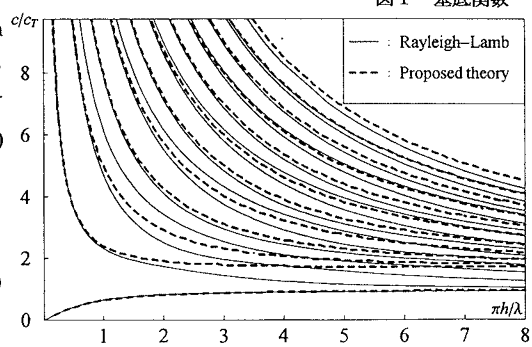

図２　修正前

さらに高周波領域における収束速度の誤りを弾性定数および断面諸量を周波数の関数式とすることで修正する事ができた（図２、図３)。

具体的に各モードを比較する目的で、特定の周波数における反りを調べ、モード番号順に下から示す（図４)。図２の低周波領域において重なり合う実線と破線はほぼ一致した反り形状となっている。しかし２つおきに実線のモードが単独で現れる。その反り形状は前後のモードの中間的なやや崩れた反り形状となっている。

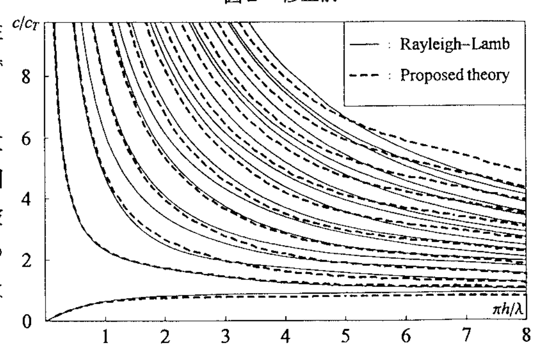

図３　修正後

Key Words　: *Higher order plate theory, Mindlin plate theory, phase velocity curves, Rayleigh-Lamb frequency equation*

連絡先：〒278-8510 千葉県野田市山崎 2641　　TEL：0471-24-1501(内 4062)

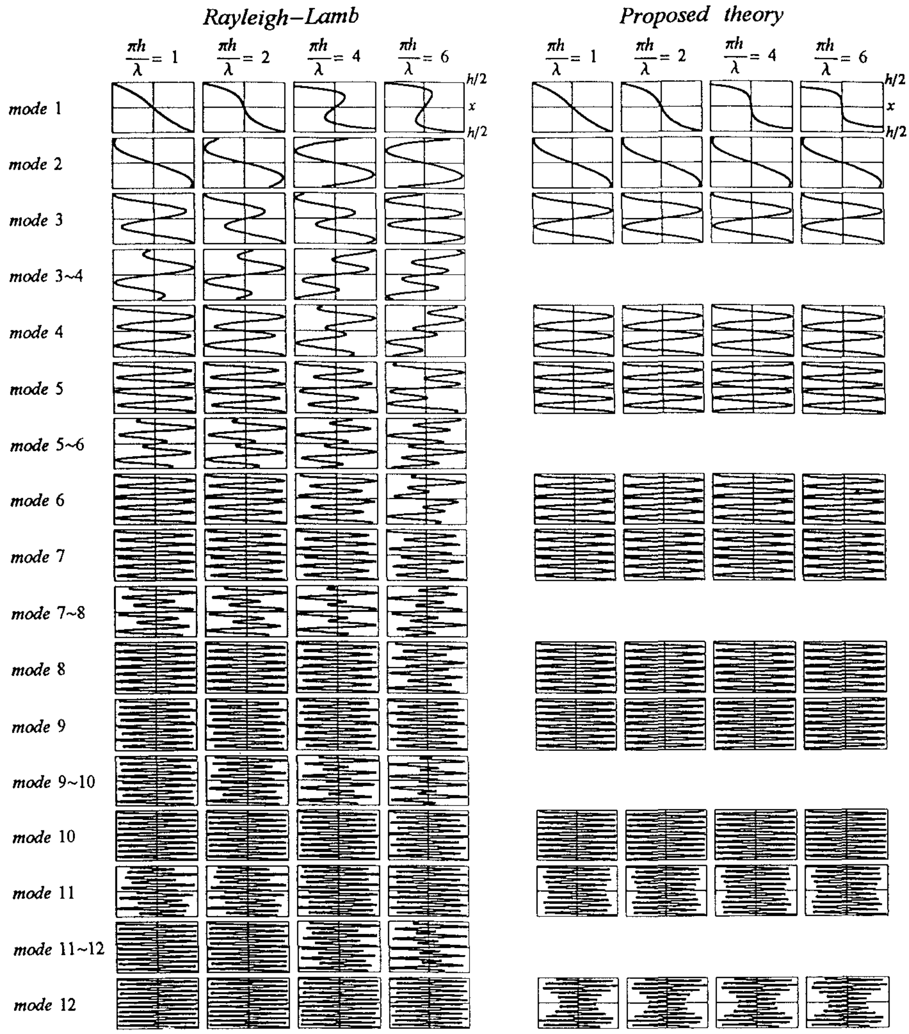

図４　修正前の位相速度曲線群における各モードの反り変形状況

３．まとめ

1.Rayleigh-Lamb と任意高次理論とは同一反り変形ごとに低および中周波数領域でよく一致する。

2.Rayleigh-Lamb は３モードごとに１つ、前後の位相の中間的な崩れた反り変形形状をもつ。

3.任意高次曲げ理論は周波数の変化に関わらず、位相モードごとに反り変形形状を保持する。

4.Rayleigh-Lamb は周波数の増加とともに、反り変形形状を変化させて次のモードへと遷移する。

5.上記４より、周波数の増加と共に、構成材料も含めて構造系は変化してゆくといえる。

以上の結果を踏まえて、高周波領域での誤った収束速度を弾性定数および断面諸量を周波数の関数とすることで修正する事ができた、Rayleigh-Lamb のそれと比較すると、全領域にわたり良好な近似解を得ることが出来た。完全一致しないのは、Rayleigh-Lamb が双曲線関数を反りの基底関数とするのに対し、提案する近似理論は Legendre の多項式関数を反りの基底関数とするからである。