

I-B50 片持ちプレートガーダー構造の振動、座屈および動的安定解析

(株)日本ピーエス 正会員 ○中澤聰志
長崎大学工学部 フェローメンバー 高橋和雄

1. はじめに

プレートガーダー橋に動的荷重が作用すると、フランジやウェブに局部的な面外振動が発生することが知られる。この局部振動の発生メカニズムは、外力の周期性に起因する動的安定問題として捉えることができる。著者らは、Rayleigh-Ritz 法を用いて平板の振動、座屈および動的安定性解析を行ってきたが、この方法はプレートガーダー断面のような複雑な断面には適用しにくい。一方、有限帯板法は比較的少ない自由度で、箱桁やプレートガーダーなどの板構造の解析が可能である^{1),2)}。そこで著者らは、有限帯板法を用いて、面内荷重を受ける片持ち長方形板³⁾をプレートガーダー構造に拡張した解析を行い、その有用性を確かめる。

2. 解析方法

解析には有限帯板法の高次帯板要素 (HO3 モデル) を用い、帯板要素内の任意点の変位成分 u, v, w は次式で仮定される。

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^N \begin{Bmatrix} < N_p > C_m & 0 & 0 \\ 0 & < N_p > C_m & 0 \\ 0 & 0 & < N_b > C_m \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_m\} \\ \{V_m\} \\ \{W_m\} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに、 $< N_p >, < N_b >$ ：形状関数、 $\{U_m\}, \{V_m\}, \{W_m\}$ ：級数

の第 m 項に対する節線変位ベクトル、 C_m ：片持ちばかりの固有振動形、 N ：級数の採用項数。

Hamilton の原理に基づいて、式(1)の帯板要素に関する運動方程式を誘導し、次いで、図-1 に示すような薄板で構成される片持ちプレートガーダー構造を設定し、局所座標系(x', y', z')に関する各マトリックスを全体座標系(x, y, z)に関する量に変換し、変位の適合条件と力の釣り合い条件にしたがってすべての帯板要素について重ね合わせることにより、板構造に対する運動方程式を求めることができる。すなわち、

$$[M]\{\ddot{d}(t)\} + ([K] + P_0[K_G])\{d(t)\} = \{0\} \quad (2)$$

ここに、 $[M]$ ：質量マトリクス、 $[K]$ ：剛性マトリクス、 $[K_G]$ ：幾何剛性マトリクス、 $\{\ddot{d}(t)\}$ ：加速度ベクトル、 $\{d(t)\}$ ：変位ベクトル。

式(2)を行列の固有値問題に変換した解析を行う。式(2)において、面内力をゼロとすれば、面内力が作用しない場合のプレートガーダーの固有振動数および固有ベクトルが得られる。また、慣性項を無視することにより座屈荷重 P_{cr} が得られる。

片持ちプレートガーダーの自由端に、図-1 のように静的集中荷重 P_0 と周期的変動集中荷重 $P_1 \cos \Omega t$ の和からなる面内集中荷重 P が作用する板構造の運動方程式は式(2)を書き換えて、次式のように表わされる。

$$[M]\{\ddot{d}(t)\} + [K]\{d(t)\} + (P_0 + P_1 \cos \Omega t)[K_G]\{d(t)\} = \{0\} \quad (3)$$

モード解析法を適用するために、式(3)の変位ベクトルを、振動解析より得られたモード形マトリクス $[\Phi]$ と一般座標 $\{T\}$ の積によって次式のように仮定する。

$$\{d(t)\} = [\Phi]\{T\} \quad (4)$$

式(4)を式(3)に代入し、モード形マトリクスの転置 $[\Phi]^T$ を前から掛けば、一般座標に関する運動方程式が誘導され、次式のようになる。

$$[I]\{\ddot{T}\} + [F]\{T\} + (\bar{P}_0 + \bar{P}_1 \cos \bar{\omega} t)[G]\{T\} = \{0\} \quad (5)$$

キーワード：動的安定、振動、座屈、有限帯板法

〒852-8521 長崎市文教町1-14 長崎大学工学部社会開発工学科 TEL 095-848-9639 FAX 095-848-9639

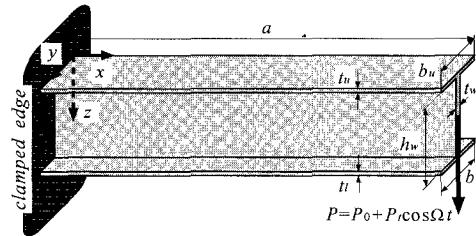


図-1 解析モデル

ここに, $[I]$: 単位行列, $[F]$: 固有振動数の2乗が対角に並んだ対角行列, $[G]$: 係数励振行列, $\bar{P}_0 = P_0/P_{cr}$: 無次元静的集中荷重, $\bar{P}_t = P_t/P_{cr}$: 無次元変動集中荷重の振幅, $\bar{\omega} = \Omega/\omega_1$: 無次元励振振動数, $\tau = \omega_1 t$: 無次元時間, ω_1 : 最低次の固有円振動数.

式(5)の一般解を, Fourier 級数と指數関数の積の形に仮定し, 調和バランス法により2倍サイズの固有値問題に変換することで, 系の安定性を評価することができる⁴⁾.

3. 解析結果

(1) 固有振動モード 図-2に長さおよび腹板高を変化させた断面の固有振動モードを示す. 各諸元は Type1 : $a=30cm, h_w=30cm$, Type2 : $a=300cm, h_w=30cm$, Type3 : $a=30cm, h_w=60cm$, すべてにおいて $b_u=b_l=15cm$, $t_w=1cm$, ポアソン比 $\nu=0.3$, 弹性係数 $E=2.10 \times 10^6 kgf/cm^2$,

単位体積質量 $\rho=7.85 \times 10^6 kg/cm^3$ である. 長さが短い場合 (Type1) に腹板とフランジ変形が生じている. 長さが長い場合 (Type2) には, はりの振動に近い剛体変形振動が発生する. 腹板・フランジとも曲げ変形が生じない. 腹板高が高い場合 (Type3) には低い場合と比べ, フランジの回転変位が小さくなっている.

(2) 座屈特性 Type1, 3 の断面形状のもとに, 部材長 a をパラメータとして数値解析を行う. 図-3に座屈荷重と座屈モードを示す. 部材長が増大するにつれて座屈荷重は減少し, はり理論による座屈荷重と一致する. 部材長が短い場合, 圧縮応力を受ける側のウェブに局部座屈が発生し, 部材長の増加とともに, 断面変形が小さくなり, 横倒れ座屈へと移行する.

(3) 動的不安定領域 図-4に $a=30cm, \bar{P}_0=0.0$ の場合の不安定領域を示す. 無次元動的集中荷重の振幅 $\bar{P}_t=0.5$ において不安定領域の幅が 0.1 以下を省略している. 図-4には単純共振の副不安定領域 ω_1 と結合共振の主不安定領域 $\omega_1 + \omega_2$ が得られている. 表-1の振動モードを参照すると, 結合共振は, 対称水平曲げ振動と逆対称水平曲げ振動の組み合わせのみが存在している. また, 単純共振より結合共振の不安定領域の幅が広いことから, 面内変動集中荷重を受ける場合の片持ちプレートガーダーの動的不安定領域は結合共振が支配的である.

4.まとめ

有限帶板法を採用した片持ちプレートガーダー構造の振動, 座屈および動的安定解析を行い, その特性を明らかにした. 各解析におけるパラメータの影響の結果は講演時に発表する.

参考文献

- Cheung, Y.K.: Finite Strip Method in Structural Analysis, PERGAMON PRESS, 1976.
- 黄・深澤・岡村: 構造工学論文集, Vol.43A, pp.289-298, 1997.3.
- 呉・高橋: 構造工学論文集, Vol.43A, pp.97-105, 1997.3.
- Takahashi, K. and Konishi, Y.: Journal of Sound and Vibration, 123(1), pp.115-127, 1988.

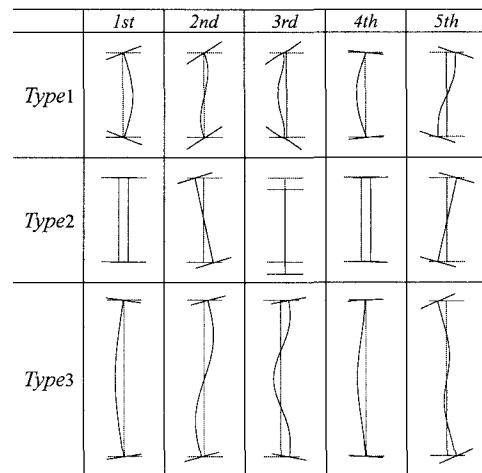


図-2 固有振動モード

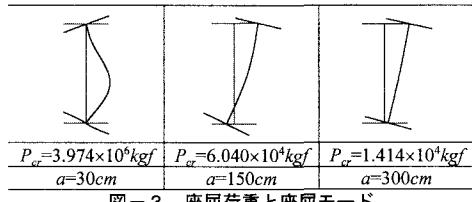


図-3 座屈荷重と座屈モード

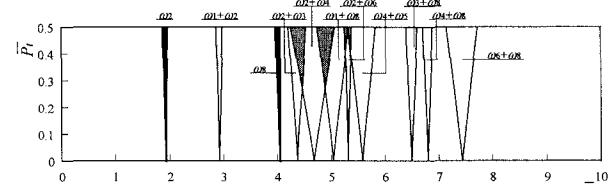
図-4 動的不安定領域 ($a=30cm, \bar{P}_0=0.0$)

表-1 振動パターン		
次数	$\bar{\omega}_i$	振動モード
1	1.000	対称水平曲げ振動
2	1.922	逆対称水平曲げ振動
3	2.448	対称水平曲げ振動
4	2.753	対称水平曲げ振動
5	2.821	逆対称水平曲げ振動
6	3.392	対称水平曲げ振動
7	3.661	逆対称鉛直曲げ振動
8	4.041	逆対称水平曲げ振動