

I - B 49

相互連結による構造物の減衰性能向上に関する研究

エイトコンサルタント(株) 正員 滝内友則
 山口大学 フェロー 會田忠義
 山口大学 正員 麻生稔彦

1. はじめに 構造物の減衰性能を向上させるために、これまでに種々の工夫がなされているが、本研究では、近接する2つの構造物をばねとダンパーからなる連結減衰要素で連結することにより、連成する構造系の自由振動の減衰性能を向上させる方法を考察する。ここでは、構造物として任意の骨組み構造物を想定し、1つの連結減衰部材で連結された構造系のモード減衰比を最大にする連結減衰要素の特性（ばねのばね係数と、ダンパーの減衰係数）を明らかにするとともに、連結要素の適正配置を調整する。

2. 運動方程式とモード方程式 Fig.1 に示す連結減衰要素を取り付けた系の運動方程式を以下に示す。ここで、Fig.1 に示す構造物で1次の固有円振動数が大きい方を structure 1 とし、小さい方を structure 2 とする ($\omega_{11} > \omega_{21}$)。

$$\text{structure 1: } \mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{d}}_1 + \mathbf{K}_1 \mathbf{d}_1 + K(\mathbf{H}_1 \mathbf{d}_1 + \mathbf{H}_2 \mathbf{d}_2) + C(\mathbf{H}_1 \dot{\mathbf{d}}_1 + \mathbf{H}_2 \dot{\mathbf{d}}_2) = \mathbf{0} \quad (1)$$

$$\text{structure 2: } \mathbf{M}_2 \ddot{\mathbf{d}}_2 + \mathbf{K}_2 \mathbf{d}_2 + K(\mathbf{H}_3 \mathbf{d}_2 - \mathbf{H}_4 \mathbf{d}_1) + C(\mathbf{H}_3 \dot{\mathbf{d}}_2 + \mathbf{H}_4 \dot{\mathbf{d}}_1) = \mathbf{0} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2$: structure 1 および 2 の質量マトリックス

$\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2$: structure 1 および 2 の剛性マトリックス

$\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2$: structure 1 および 2 の変位ベクトル

$\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \mathbf{H}_3, \mathbf{H}_4$: 二つの構造物間で連結される節点を示すマトリックス

K, C : 連結部材のばね係数と減衰係数

structure 1 および 2 が相互に連結された状態の振動変位を、各構造物が単独の場合の固有マトリックスを用いて次のように表す。

$$\mathbf{d}_1 = \mathbf{\Phi}_1 \boldsymbol{\rho}_1 = \boldsymbol{\phi}_{11} \rho_{11}(t), \quad \mathbf{d}_2 = \mathbf{\Phi}_2 \boldsymbol{\rho}_2 = \boldsymbol{\phi}_{21} \rho_{21}(t) \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{\Phi}_1$ および $\mathbf{\Phi}_2$ はそれぞれの構造物の固有マトリックスで次式で表され、

$$\mathbf{\Phi}_1 = \{\boldsymbol{\phi}_{11}, \boldsymbol{\phi}_{12}, \dots, \boldsymbol{\phi}_{1p}, \dots, \boldsymbol{\phi}_{1M}\}$$

$$\mathbf{\Phi}_2 = \{\boldsymbol{\phi}_{21}, \boldsymbol{\phi}_{22}, \dots, \boldsymbol{\phi}_{2q}, \dots, \boldsymbol{\phi}_{2N}\}$$

$\boldsymbol{\rho}_1$ および $\boldsymbol{\rho}_2$ は下記の要素を持つ時間の関数である。

$$\boldsymbol{\rho}_1 = \{\rho_{11}(t), \rho_{12}(t), \dots, \rho_{1p}(t), \dots, \rho_{1M}(t)\}^T,$$

$$\boldsymbol{\rho}_2 = \{\rho_{21}(t), \rho_{22}(t), \dots, \rho_{2q}(t), \dots, \rho_{2N}(t)\}^T \quad s=1,2,\dots,N$$

式(3)を式(1)及び(2)に代入する。自由振動しているときの振動変位中、全振幅に対する1次モードの占める割合は極めて大きいので、モード方程式において1次モードに関する項のみを採用し、他の項を削除する。また、ここでは各はり構造物の内部粘性減衰を無視する。このとき、モード方程式は次のように書き直され、式(4)及び(5)は Fig.2 に示す2自由度系（2質量3ばね系）の運動方程式と同等となる。

$$\text{structure 1: } m_{11} \ddot{\rho}_{11}(t) + m_{11} \omega_{11}^2 \rho_{11}(t) + C\alpha\{\dot{\rho}_{11}(t) - \beta \dot{\rho}_{21}(t)\} + K\alpha\{\rho_{11}(t) - \beta \rho_{21}(t)\} = 0 \quad (4)$$

$$\text{structure 2: } \frac{m_{21}}{\beta^2} (\beta \ddot{\rho}_{21}(t)) + \frac{m_{21} \omega_{21}^2}{\beta^2} (\beta \rho_{21}(t)) + C\alpha\{\beta \dot{\rho}_{21}(t) - \dot{\rho}_{11}(t)\} + K\alpha\{\beta \rho_{21}(t) - \rho_{11}(t)\} = 0 \quad (5)$$

$$\text{ここでは、} \alpha = \frac{V_{11}}{V_{21}} \quad \beta = \frac{V_{21}}{V_{11}}$$

m_{11}, ω_{11} : structure 1 の1次の一般化質量と固有円振動数

m_{21}, ω_{21} : structure 2 の1次の一般化質量と固有円振動数

V_{11} : structure 1 の節点 i における1次モードの水平変位

V_{21} : structure 2 の節点 j における1次モードの水平変位

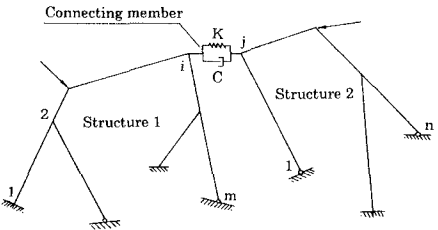


Fig.1 骨組み構造物

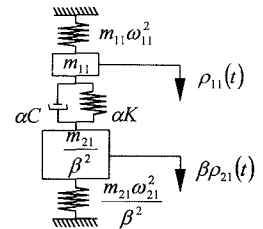


Fig.2 2質量3ばね系

キーワード: 自由振動, 骨組み構造物, 減衰性, 振動抑制

連絡先: 〒755-8611 山口県宇部市常盤台 2557 TEL 0836-35-9436 FAX 0836-35-9429

3. 連結減衰要素の調整法 はり構造系全体の減衰が最大となる最適なばねのばね係数 K 及びダンパーの減衰係数 C は、Fig.2 の 2 自由度系において 1 次モードの固有円振動数 ω_1 と 2 次の固有円振動数 ω_2 が等しく、かつ 2 つのモードのモード減衰比 ξ_1 及び ξ_2 が等しくなる条件で求められ、次式となる。

$$K = \frac{\mu(1-f_3^2)(1-\mu^2 f_3^2)}{\alpha(1+\mu)^2(1+\mu f_3^2)} k_1, C = \frac{2\mu(1-f_3^2)}{\alpha(1+\mu)} \sqrt{\frac{M_2 k_1}{(1+\mu)(1+\mu f_3^2)}}, \xi = \frac{(1-f_3^2)}{2(1+\mu f_3^2)} \sqrt{\mu} \quad (6)$$

$$\text{ここで, } M_1 = m_{11}, M_2 = m_{21}/\beta^2, k_1 = m_{11}\omega_{11}^2, k_3 = m_{21}\omega_{21}^2/\beta^2, \mu = \frac{M_2}{M_1} = \frac{m_{21}/\beta^2}{m_{11}}, f_3^2 = \frac{\nu_3^2}{\nu_1^2} = \frac{\omega_{21}^2}{\omega_{11}^2}, \nu_1^2 = \frac{k_1}{M_1}, \nu_3^2 = \frac{k_3}{M_2} \quad (7)$$

4. 自由振動抑制が可能となる 2 はり構造物系の動的必要条件 系のモード減衰比 ξ は式(6)で与えられ各値の 2 乗値は $f_3^2 \neq 1.0$ であれば常に正値を取るが、 $f_3^2 = 1.0$ のとき、全く減衰効果がない。連結要素のばねが実在し、 K が正値を取るためには $(1-f_3^2)(1-\mu^2 f_3^2) \geq 0$ を満たさなければならない。すなわち Fig.3 の領域内であれば、モード減衰比を最大にするばねとダンパーが存在することになる。

5. 連結減衰要素の妥当性と減衰特性 解析対象とする 2 つの片持ちばり (Fig.4) の諸元を Table.1 に示す。各はりの一般化質量は $m_{11} = 0.49799$ (kg),

$m_{21} = 256.46$ (kg) 及び固有円振動数は $\omega_{11} = 2.4708$ (rad/s), $\omega_{21} = 1.2431$ (rad/s) となり、連結位置を $x_{1c} = 17$ (m) とすると最適なばね係数は $K_{opt} = 2.0312 \times 10^4$ (N/m) 及びダンパーの減衰係数は $C_{opt} = 1.3427 \times 10^4$ (Ns/m) となった。まず、本調整法の妥当性をしらべるため、Fig.5 に連結ばねのばね係数を K_{opt} としダンパーの減衰係数 (C/C_{opt}) を種々変化させた場合の固有円振動数 ω 及びモード減衰比 ξ の挙動を示した。Fig.5 より $K/K_{opt} = 1.0$ 及び $C/C_{opt} = 1.0$ の近傍で 1 次と 2 次の固有円振動数 (ω_1, ω_2) が一致し、モード減衰比 (ξ_1, ξ_2) が分岐する挙動を呈することが明らかである。このことより、両はりの 1 次モードに対する調整法が妥当であることがわかる。

次に、連結位置による減衰性能の変動を調べた。連結位置を $x_{1c} = 1$ (m) ~ 20 (m) に変化させ、モード減衰比を最大にするばねの存在の可能性を Fig.3 に示した。Fig.3 より、すべての連結位置において最適な連結ばねが存在することが明らかである。この範囲での最適なばね係数 (K_{opt}) 及び減衰係数 (C_{opt}) を求め、連結位置 (x_{1c}) との関係を図 6 に示した。Fig.6 及び Fig.7 より、連結位置が自由端に近づくほど最適なばね係数 (K_{opt}) 及び減衰係数 (C_{opt}) は、減少している。また、連結位置の変化にともなう 1 次モードのモード減衰比の挙動を調べた。Fig.8 に 1 次モード減衰比と連結位置の関係を示した。図中には式(6)の第 3 式の値 ($\diamond$) と、複素固有値解析結果 ($\circ$) を示した。 $x_{1c} = 17$ (m) 近傍で、モード減衰比が最大となった。

6. まとめ 本研究では、1 次モードの早期抑制に注目することにより、連成するはり構造系の自由振動の減衰性能を向上させる連結減衰要素の調整法を提示した。1 次モードに対する連結減衰要素の近似調整法としては妥当であることがわかった。本調整法が適用可能な無次元領域を示し、領域に存在しても減衰性能を高めることができない場合もあることを明らかにした。また、振動によるたわみ大きい位置に連結減衰要素を取り付ければ、より高い減衰性能が得られ、はり構造物の内部減衰を考慮すると安全側の効果が現れることを示した。

参考文献 竹下浩司, 會田忠義, 麻生稔彦: 「動吸振システムによる構造物の自由振動抑制に関する研究」土木学会第 53 回年次学術講演会第 1 部(B)平成 10 年 10 月, pp.924~925

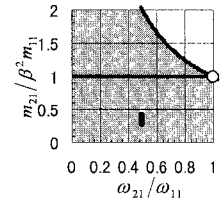


Fig.3 領域図

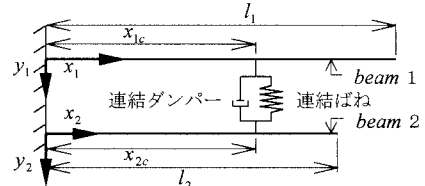


Fig.4 座標系

Table.1 各片持ちばりの諸元

	beam 1	beam 2
l (m)	30.0	20.0
EI (Nm ²)	4.0×10^8	4.0×10^7
m (Ns ² /m ²)	1.0×10^3	2.0×10^3

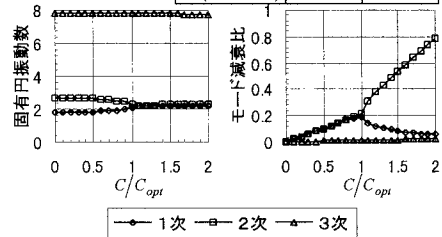


Fig.5 C/C_{opt} と ω 及び ξ の関係

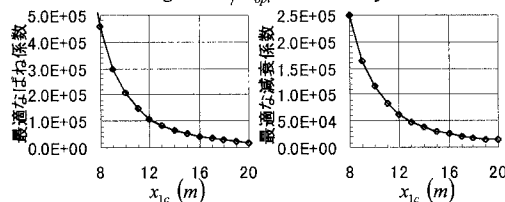


Fig.6 x_{1c} と K_{opt} の関係

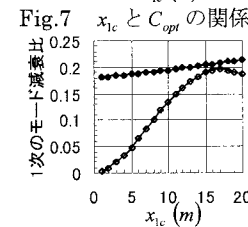


Fig.7 x_{1c} と C_{opt} の関係

Fig.8 x_{1c} と ξ_1 の関係