I－A179

不完全合成板の座屈解析について

（株）鴻池組　正　員　橘　健太郎
北海道大学大学院工学研究科　フェロー　佐藤　浩一
北海道大学大学院工学研究科　フェロー　林川　俊郎
北海道大学大学院工学研究科　正　員　小幡　卓司
北海道大学大学院工学研究科　正　員　平沢　秀之

1．はじめに

本研究では合成構造物の一つである合成板を対象とする。合成板の層間のずれ止めの剛性が小さい場合にはずれが生じ、完全合成と非合成の中間の挙動を示すはずであり、いわゆる不完全合成板となる。本研究は、2 種類の材料が結合された等方性不完全合成二層板の座屈解析に関して偏微分方程式の誘導を行い、座屈荷重を求めることを目的とする。

2．解析モデル

本研究における合成板の解析モデルを図-1 に示す。また、本研究で用いる主な記号は次の通りである。

E_c, E_s：第 1 層板、第 2 層板のヤング率、ν_c, ν_s：第 1 層板、第 2 層板のポアソン比、$\bar{E}_c, \bar{E}_s$：$\bar{E}_c=E_c/(1-\nu_c^2)$, $\bar{E}_s=E_s/(1-\nu_s^2)$、$\bar{n}=\bar{E}_s/\bar{E}_c$、$A_c, A_s$：第 1 層板、第 2 層板の単位幅あたりの断面積、$A_v=A_s+A_c/\bar{n}$：単位幅あたりの合成断面積、I_c, I_s：第 1 層板、第 2 層板の単位幅あたりの断面 2 次モーメント、$I_v=I_s+I_c/\bar{n}+A_c s_c s/\bar{n}$：単位幅あたりの合成断面 2 次モーメント、$D_v=\bar{E}_s I_v$：合成板の板剛性、K：単位長さあたりのずれ止めのばね定数。

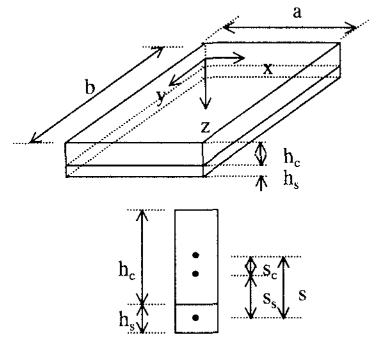

図-1　解析モデル

3．不完全合成板の座屈解析理論

座屈を生じさせる面内荷重 $N_{vex}, N_{vey}, N_{vexy}$ の面外荷重方向の分力は以下のように表される。

$$p_z=-\left(N_{vex}\frac{\partial^2 W_{ve}}{\partial x^2}+N_{vey}\frac{\partial^2 W_{ve}}{\partial y^2}+2N_{vexy}\frac{\partial^2 W_{ve}}{\partial x\partial y}\right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 W_v}{\partial x^2}=\frac{N_{vex}}{N_{vx}}\frac{\partial^2 W_{ve}}{\partial x^2} \quad (2),\qquad \frac{\partial^2 W_v}{\partial y^2}=\frac{N_{vey}}{N_{vy}}\frac{\partial^2 W_{ve}}{\partial y^2} \quad (3),\qquad 2\frac{\partial^2 W_v}{\partial x\partial y}=2\frac{N_{vexy}}{N_{vxy}}\frac{\partial^2 W_{ve}}{\partial x\partial y} \quad (4)$$

ここで、N_{vx}, N_{vy}, N_{vxy} は完全合成板の座屈荷重である。式(1)～式(4)を文献 1 に示される不完全合成板の 1 本の曲げ解析に関する偏微分方程式に導入することにより、座屈解析に関する偏微分方程式の誘導を行う。文献 1 に示される曲げ解析に関する偏微分方程式は次式の通りである。

$$D_v\nabla^4 W_{ve}-D_v\kappa^2\nabla^2 W_{ve}=-D_v\kappa^2\nabla^2 W_v+\frac{\bar{n}I_v}{\bar{n}I_s+I_c}p_z \quad (5)$$

以上により 1 本で表した場合の不完全合成板の座屈解析に関する偏微分方程式は次式のように誘導される。

$$D_v\nabla^4 W_{ve}-D_v\kappa^2\nabla^4 W_{ve}+D_v\kappa^2\left(\frac{N_{vex}}{N_{vx}}\frac{\partial^2 W_{ve}}{\partial x^2}+\frac{N_{vey}}{N_{vy}}\frac{\partial^2 W_{ve}}{\partial y^2}+2\frac{N_{vexy}}{N_{vxy}}\frac{\partial^2 W_{ve}}{\partial x\partial y}\right)+\left(\frac{D_v}{D_e}+1\right)\left(N_{vex}\frac{\partial^2 W_{ve}}{\partial x^2}+N_{vey}\frac{\partial^2 W_{ve}}{\partial y^2}+2N_{vexy}\frac{\partial^2 W_{ve}}{\partial x\partial y}\right)=0 \quad (6)$$

ある 1 つの応力状態の場合の上式より得られる座屈荷重は次のようになる。式中の k は座屈係数である。

$$N_{ve}=\frac{D_v D_e\left(\frac{k\pi^2}{b^2}+\kappa^2\right)}{D_v+D_e\left(1+\frac{\kappa^2 b^2}{k\pi^2}\right)} \quad (7)$$

キーワード：不完全合成板、偏微分方程式、ずれ止め、座屈荷重、

北海道大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻　札幌市北区北 13 条西 8 丁目　TEL:011-706-6171

同様に式(1)～式(4)を文献 1 に示される 2 本で表した場合の曲げ解析に関する偏微分方程式に導入すれば、次のように 2 本で表された不完全合成板の座屈解析に関する偏微分方程式が誘導される。

$$\begin{cases} D_v \nabla^4 W_v + \left\{ N_{vx} \dfrac{\partial^2 W_v}{\partial x^2} + N_{vy} \dfrac{\partial^2 W_v}{\partial y^2} + 2N_{vxy} \dfrac{\partial^2 W_v}{\partial x \partial y} \right\} = 0 & (8) \\ D_e \nabla^4 W_e - D_e \kappa^2 \nabla^2 W_e + \left\{ N_{ex} \dfrac{\partial^2 W_e}{\partial x^2} + N_{ey} \dfrac{\partial^2 W_e}{\partial y^2} + 2N_{exy} \dfrac{\partial^2 W_e}{\partial x \partial xy} \right\} = 0 & (9) \end{cases}$$

ある 1 つの応力状態の場合、式(8)および式(9)より 2 種類の座屈荷重が得られる。N_v は完全合成板の座屈荷重である。

$$N_v = k\frac{\pi^2 D_v}{b^2} \quad (10), \qquad N_e = k\frac{\pi^2 D_e}{b^2}\left(1 + \frac{b^2\kappa^2}{k\pi^2}\right) = k\frac{\pi^2 D_e}{b^2} + D_e\kappa^2 \quad (11)$$

不完全合成板の座屈荷重 N_{ve} は次式により求められるとする。

$$\frac{1}{N_{ve}} = \frac{1}{N_v} + \frac{1}{N_e} = \frac{N_v + N_e}{N_v N_e} = \frac{D_v + D_e\left(1 + \dfrac{\kappa^2 b^2}{k\pi^2}\right)}{D_v D_e\left(\dfrac{k\pi^2}{b^2} + \kappa^2\right)} \quad (12)$$

式(7)、式(12)より、1 本あるいは 2 本の偏微分方程式から得られる不完全合成板の座屈荷重が一致していることが判明し、どちらを用いてもよいことが分かる。

4．偏微分方程式の簡略化

誘導した偏微分方程式は複雑な形で表示されたが、より容易に座屈荷重の解を得るために偏微分方程式の簡略化を行う。2 本の偏微分方程式より不完全合成板の座屈荷重を求める場合の式(12)を次式のように変形する。

$$\frac{1}{N_{ve}} = \frac{1}{N_v} + \frac{1}{N_e} = \frac{1}{N_v}\left(1 + \frac{N_v}{N_e}\right) = \frac{1}{N_v}(1+\gamma) \quad (13)$$

式(13)より得られる γ を用いて板剛性 D_v を次のように表す。ここで γ は座屈荷重 N_v と N_e との比であり、断面諸元およびずれ止めのばね定数等より求められる無次元量である。

$$D_{vv} = \frac{D_v}{1+\gamma} \quad (14)$$

γ によって低減された板剛性 D_{vv} を用いれば、式(6)で表示される偏微分方程式は次のように簡略化される。

$$D_{vv}\nabla^4 W_{ve} + N_{vex}\frac{\partial^2 W_{ve}}{\partial x^2} + N_{vey}\frac{\partial^2 W_{ve}}{\partial y^2} + 2N_{vexy}\frac{\partial^2 W_{ve}}{\partial x \partial y} = 0 \quad (15)$$

式(15)は完全合成板の座屈解析に関する偏微分方程式と同形であり、D_{vv} を求めれば容易に不完全合成板の座屈荷重を求めることができる。

5．おわりに

本研究で得られた結論は次の通りである。

(1)1 本あるいは 2 本の座屈解析に関する偏微分方程式から得られる不完全合成板の座屈荷重は一致し、どちらを用いてもよいことが判明した。

(2)合成板の板剛性をパラメータ γ を用いて低減することにより偏微分方程式が簡略化され、完全合成板と同形の偏微分方程式となることが判明した。

参考文献　1)佐藤浩一：接着剤の弾性変形を考慮した等方性二層板の弾性座屈荷重について、構造工学論文集 Vol.38A、pp.1309-1320、1992.3

2)小堀為雄、吉田博：鋼構造設計理論、森北出版、1977.