

I - A76

非線返し法による構造パラメータ同定

東京電機大学 学生会員 山本和也 東電設計（株）正会員 栗田哲史
東洋大学 正会員 新延泰生 東京電機大学 フェロー会員 松井邦人

1. はじめに

実験で得られた時刻歴応答や伝達関数などから、構造物の動特性を支配するパラメータ（質量、剛性、減衰係数等）を同定することが行われている。構造パラメータは、構造物の診断指標として利用されている。また、構造物の設計やシミュレーション解析のための入力パラメータとしても利用されている。

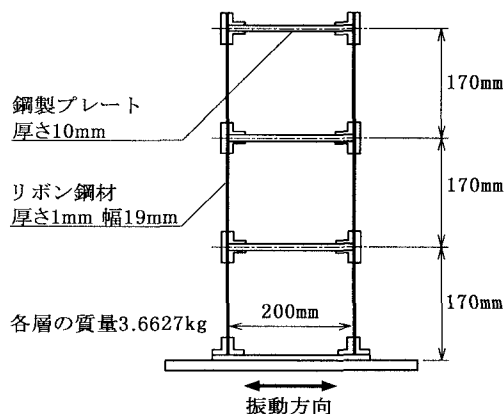
構造パラメータの同定方法として拡張カルマンフィルタ、Gauss-Newton 法、Marquardt 法が用いられる。しかし、これらの方法は繰返し計算を必要とするため必ずしも効率的とはいえない。

そこで、本研究ではランダム加振データを用い、繰返し計算をすることなく構造パラメータを同定する方法を提案する。

2. 振動実験

振動実験には 3 層モデルを用いた。各層の柱材、床材は同様の部材である。ランダム波（El Centro 地震波 NS 成分）加振実験を行い、各層の中央に設置されたセンサーで加速度応答を計測した。

また、モデルの剛性を把握するため静的な水平载荷試験を行った。モデルの最上層に約 5[N]刻みで最大約 80[N]まで水平方向に载荷し、変位を計測した。



図一 振動モデル（3層）

3. 同定手法の提案

多層構造物に強制力として地震動が作用した場合の運動方程式は次のように導かれる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{1}\ddot{\mathbf{z}}(t) \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ は質量、減衰、剛性マトリックス、 $\ddot{\mathbf{y}}(t), \dot{\mathbf{y}}(t), \mathbf{y}(t), \ddot{\mathbf{z}}(t)$ は時刻歴の相対加速度、相対速度、相対変位ベクトルおよび地震動加速度を表すスカラーである。また、 $\mathbf{1}$ は全ての成分が 1.0 のベクトルである。

式(1)をフーリエ変換すると次式ようになる。

$$\frac{1}{\omega} \mathbf{C}\ddot{\mathbf{Y}}(\omega)i + \frac{1}{\omega^2} \mathbf{K}\ddot{\mathbf{Y}}(\omega) = \mathbf{M}\{\ddot{\mathbf{Y}}(\omega) + \mathbf{1}\ddot{\mathbf{Z}}(\omega)\} \quad (2)$$

ここに、 ω は円振動数、 $\ddot{\mathbf{Y}}(\omega), \ddot{\mathbf{Z}}(\omega)$ は周波数領域における相対加速度ベクトルおよび地震動加速度を表すスカラーである。また、 i は虚数 ($=\sqrt{-1}$) である。

式(2)を書き改めると

$$\left[\frac{1}{\omega} \ddot{\mathbf{Y}}(\omega)i \quad \frac{1}{\omega^2} \ddot{\mathbf{Y}}(\omega) \right] \begin{Bmatrix} \mathbf{c} \\ \mathbf{k} \end{Bmatrix} = \mathbf{M}\{\ddot{\mathbf{Y}}(\omega) + \mathbf{1}\ddot{\mathbf{Z}}(\omega)\} \quad (3)$$

$\begin{Bmatrix} \mathbf{c} & \mathbf{k} \end{Bmatrix}^T$ は、式(2)の $\mathbf{C}$ と $\mathbf{K}$ の中の未知パラメータをベクトルの形に表記したものである。

式(3)をマトリックス表示すると

$$\mathbf{Y}\mathbf{x} = \mathbf{Z} \quad (4)$$

時間領域においてデータ数 N_t 、時間間隔 Δt であつた加速度応答は、フーリエ変換により振動数間隔 Δf ごとに N_f 個の周波数に分解されているので、式(4)を次式のように書き改める。

$$\mathbf{Y}_j \mathbf{x} = \mathbf{Z}_j \quad (j = 1, \dots, N_f) \quad (5)$$

ここに、 $\Delta f = \frac{1}{N_t \cdot \Delta t}$ 、 $N_f = \frac{N_t}{2} + 1$ である。

式(5)を縦に並べると

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_j \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{N_f} \end{Bmatrix} \mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \mathbf{Z}_1 \\ \mathbf{Z}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{Z}_j \\ \vdots \\ \mathbf{Z}_{N_f} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Key Words : パラメータ同定, フーリエ変換, 一般逆行列, 特異値分解, 振動実験

連絡先 : 〒350-0394 埼玉県比企郡鳩山町石坂 TEL.0492-96-2911(2734)

ただし、 $\mathbf{Y}_j$, $\mathbf{Z}_j$ はそれぞれ複素数からなるマトリックスおよびベクトルであるので、さらに実数部と虚数部に分けて縦に並べる。マトリックス表示すると結局、次のような連立方程式になる。

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{B} \quad (7)$$

式(7)を解くことにより構造パラメータベクトル $\mathbf{x}$ が得られる。しかし、 $\mathbf{A}$ は正方行列ではないため逆行列を計算することができない。そこで、本研究では一般逆行列を用いて $\mathbf{x}$ を求める。

式(7)の $\mathbf{A}$ を特異値分解すると

$$\mathbf{A} = \mathbf{UDV}^T \quad (8)$$

$\mathbf{A}$ が $m \times n$ の矩形行列だとすると $\mathbf{U}$ は $m \times m$ の矩形行列、 $\mathbf{D}$ は $n \times n$ で特異値の対角行列、 $\mathbf{V}^T$ は $n \times n$ の正方行列である。 $\mathbf{U}$ と $\mathbf{V}^T$ は次のような特徴がある。

$$\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{V} \mathbf{V}^T = \mathbf{I} \quad (9)$$

ここに、 $\mathbf{I}$ は $n \times n$ の単位行列である。式(8),(9)より次式が得られる。

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{VD}^{-1}\mathbf{U}^T \quad (10)$$

よって、 $\mathbf{x}$ は次式より求められる。

$$\mathbf{x} = \mathbf{VD}^{-1}\mathbf{U}^T \mathbf{B} \quad (11)$$

4. 数値シミュレーション

本手法の精度を数値シミュレーションにより確認する。

まず、真値 (構造パラメータ) を用いて Newmark- β 法により応答計算を行う。次に、応答計算で得られた加速度を用いて本手法で同定を行う。本研究で提案する“非繰返し法”の精度が確かなものなら、真値が得られるはずである。

表-1に、式(5)において全ての周波数における方程式を用いた場合、および固有振動数近傍における方程式のみを用いた場合の同定結果を示す。

表-1 同定結果 (数値シミュレーション)

構造 パラメータ	真値	同定結果 (全周波数)	同定結果 (固有振動数近傍)
c_1 [N・s/m]	5.0	7.3	5.0
c_2 [N・s/m]	5.0	4.7	5.0
c_3 [N・s/m]	5.0	2.9	5.0
k_1 [N/m]	12000	2714	11996
k_2 [N/m]	12000	2754	11996
k_3 [N/m]	12000	2877	11996

表-1より固有振動数近傍のみを用いた場合、同定結果はほぼ真値と一致していることが分かる。

式(3)の係数マトリックスの値が非常に小さい場合、問題を生じるのは明らかであることから、全周波数を用いたとき真値が得られなかったと思われる。

この係数が大きい、すなわち $\dot{\mathbf{Y}}(\omega)$ が大きい値を用いて計算するのが良いと思われる。

5. 実験データを用いた構造パラメータ同定

表-2に本手法による同定結果 (固有振動数近傍のみを考慮)、および Marquardt 法をベースとした手法による同定結果を示す。また、静的な水平載荷試験の結果を用いた最小二乗法による回帰式の傾き (剛性) も同表に示す。

表-2 同定結果 (実験データ)

構造 パラメータ	同定結果 (非繰返し法)	同定結果 (Marquardt 法)	静的水平 載荷試験
c_1 [N・s/m]	7.3	0.0	—
c_2 [N・s/m]	0.0	0.0	—
c_3 [N・s/m]	0.5	4.9	—
k_1 [N/m]	11661	12330	11220
k_2 [N/m]	13075	13100	11572
k_3 [N/m]	12551	13317	11808

1) 減衰係数

本手法において減衰係数が 0.0 の層が存在するが、数値計算上ではマイナスとなったため仮定的に 0.0 とみなして再計算を行った。

非繰返し法では 1 層目と 3 層目、Marquardt 法では 3 層目のみに減衰が現れており、両者の同定結果は対応していない。しかし、係数の値は非常に小さい。減衰係数の値がマイナスとなった層があることから、モデルの全ての層の減衰係数が極めて小さいことが分かる。

本手法の精度を確かめるため減衰が大きいモデルを対象にパラメータ同定を行い、検討する必要がある。

2) 剛性

時系列データを用いた非繰返し法、および Marquardt 法による同定結果は、静的な水平載荷試験から求めた剛性に比べ若干大きな値となった。本手法と Marquardt 法による結果を比較すると、本手法の同定結果のほうが水平載荷試験の結果に近くなっている。

Marquardt 法と水平載荷試験から求めた剛性は、上層にいくほど大きくなるという傾向が見られる。しかし、本手法の同定結果からはこのような傾向は見られない。

各方法による同一の傾向は見られないが、大体同様の値であるので、本手法を用いてもモデルのおおよその剛性は把握できるといえる。

6. まとめ

本研究で提案した同定方法は、全ての自由度で計測を行う必要がある。しかし、繰返し計算を必要としないという点が長所である。