

I - A74

4 辺単純支持矩形板のたわみに関する一考察

日本大学 学生会員 平川 佳明

日本大学 正会員 澤野 利章

日本大学 正会員 阿部 忠

日本大学 正会員 木田 哲量

1. はじめに 平板部材の挙動を包括的に捉える薄板理論とその概略をほぼ定量的に把握する梁理論の境界条件・制約条件としての辺長比の影響を実験的・解析的に解明することは合理的な設計をするために重要である。そこで、本研究では4辺単純支持矩形板を基本モデルとして、基本モデルからある幅をもつ部分を切り出し、梁理論・薄板理論に基づく数値解析ならびに静的載荷実験を行って、理論解析の妥当性と対象部材の変位を近似的に再現できる荷重と変位の関数を部材幅・座標位置の観点から定量的かつ定性的に考察する。

2. 解析手法

2. 1 解析モデル 解析の対象とした基本モデル（4辺単純支持矩形板）および基本モデルから切り出した部材（相対2辺単純支持・他2辺自由矩形板）の概要を図-1に示す。なお、図-1の $y=\pm b/2$ 軸上は自由辺とする。また、これらの解析モデルの諸元を表-1に示す。静的載荷実験では、表-1に基づいた等方性のアクリル樹脂板を使用する。載荷荷重は部分等分布荷重（載荷幅 $1\text{cm}\times 1\text{cm}$ ）とし、基本モデルおよび切り出した部材の中央に作用させた。なお、数値計算に用いた諸係数は以下の値とする。

解析モデル支間長； $a=100\text{cm}$ モデルの厚さ； $h=1\text{cm}$

荷重載荷幅； $u=v=1\text{cm}$ ヤング係数； $E=28,544\text{kgf/cm}^2$

ポアソン比； $\nu=0.39$

2. 2 数値解析 梁理論による解析値は、解析モデルを単なる矩形断面梁（全断面有効）として初等曲げ理論により算出した。薄板理論による解析値は、Navier の複級数解と Levy の単級数解の和によって解析した。

3. 解析結果および考察

本研究では全ての切り出した部材（以下供試体）により基本モデルのたわみが再現できるような関数を求めることを目的とすることから、まず、 $P_0=10\text{kgf}$ 載荷時の基本モデルの x 方向における最大たわみの実測値 $w_0 (=3.73\text{mm})$ と各供試体の載荷点直下のたわみ w が等価 ($w_0 \approx w$) となるような推定荷重 P を静的載荷実験により求めた。この結果から得られた推定荷重 P が作用した場合の中央点における実測値と解析値の最大たわみの比較を表-2に示す。表-2より中央点におけるたわみの実測値と梁・薄板理論は近似しており全ての供試体に対して精度よく評価できている。

前述の推定荷重 P を算定するために荷重載荷点における

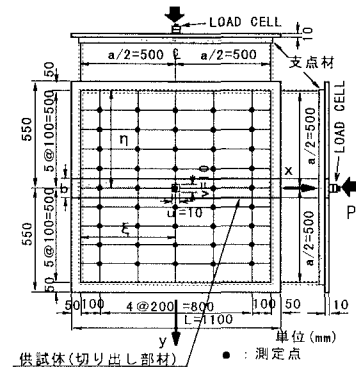


図-1 解析モデル概要図

表-1 解析モデルの諸元

供試体名	幅 b (cm)	辺長比 λ b/a	荷重載荷位置 (mm) ξ	η	支持状態
No.1	5	0.05	500	25	2辺
No.2	10	0.10	500	50	2辺
No.3	25	0.25	500	125	2辺
No.4	35	0.35	500	175	2辺
No.5	50	0.50	500	250	2辺
No.6	60	0.60	500	300	2辺
No.7	100	1.00	500	500	2辺
基本モデル	100	1.00	500	500	4辺

表-2 最大たわみ w の比較

供試体名	推定荷重 $P(\text{kgf})$	最大たわみ $w(\text{mm})$		
		実測値	梁理論	薄板理論
No.1	0.25	4.10	4.38	4.36
No.2	0.45	3.63	3.94	3.91
No.3	1.10	3.93	3.85	3.74
No.4	1.60	3.63	4.00	3.82
No.5	2.20	3.73	3.85	3.58
No.6	2.70	3.87	3.94	3.61
No.7	5.00	3.77	4.38	4.15
基本モデル	$P_0=10.00$	$w_0=3.73$	$w_{b0}=4.37$	$w_{p0}=4.13$

キーワード：薄板理論，梁理論

連絡先：〒275-8575 千葉県習志野市泉町1-2-1 047-474-2460

たわみに着目し、 P のパラメータである荷重換算係数 k_{wp} を以下の手順で算出した。実測値における k_{wp} は基本モデルにおける載荷荷重 $P_0=10\text{kgf}$ と静的載荷実験により $w_0 \propto w$ となる各供試体の推定荷重 P との比① k_{wp} ($=P/P_0$) により求める。また、解析値の k_{wp} については梁・薄板理論による基本モデルの最大たわみの解析値 w_{bo} , w_{po} と各供試体に荷重 10kgf 載荷した場合に実測した最大たわみ w_{bx} , w_{px} の比② $k_{wp}=w_{bo}/w_{bx}$, ③ $k_{wp}=w_{po}/w_{px}$ により算出した。①・②・③より得られた各 k_{wp} と辺長比 λ の関係を図-2 に示す。同図より、梁・薄板理論による解析結果は両理論ともに実測値に近似しており、両理論の解析結果の信頼性は高いと判断できる。これより、この範囲内において供試体に作用させた荷重から基本モデルに作用する荷重を実測値の近似式を用いることにより推定できる。そして、この荷重を用いて部材中央点のたわみも再現することが可能である。

次に、 $y=0$ 軸上における各点のたわみの実測値と解析値を分布曲線として図-3 に表す。同図において $y=0$ 軸上では中央点の最大たわみを等価とさせた場合、各供試体の中央点以外における座標のたわみも基本モデルのたわみとほぼ等しい変化を示すので、 $y=0$ 軸上において中央点の最大たわみを等価とさせることにより、各供試体から基本モデルのたわみをほぼ再現できる。また、梁理論による解析値は実測値をやや過大評価するが、ある程度の精度が保たれているといえる。

同様に、 $x=0$ 軸上におけるたわみの実測値と解析値を分布曲線として図-4 に表す。同図より、梁理論の y 軸上の各点のたわみ変化はなく、等しいものと仮定しているため、供試体の y 方向におけるたわみ変化は中心線から離れるに従って実測値を過大評価することとなる。これより、この範囲においては薄板理論による解析が妥当であると考えられる。また、基本モデルと供試体の境界条件の違いにより中心線から座標が離れるにつれてたわみの差が生じてくるため、たわみのパラメータであるたわみ換算係数 k_w ($=$ 基本モデルのたわみ/各供試体のたわみ) を $x=0$ 軸上の各座標について算定し、 k_w と辺長比 λ の関係を図-5 に示した。同図における k_w の傾きは小さく、 k_w は λ に関係なくほぼ一定であるが、 $x=0$ 軸上の各座標の k_w は中心線から離れるにつれて、全ての供試体において減少する傾向が見られた。また、梁理論は y 軸上のたわみは等しいと仮定しているので、梁理論による解析値は中心線から離れるにつれて k_w の実測値をやや過大評価するが、ある程度の精度が保たれているといえる。

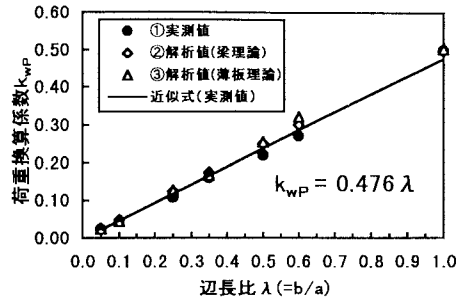


図-2 辺長比 λ - 荷重換算係数 k_{wp}

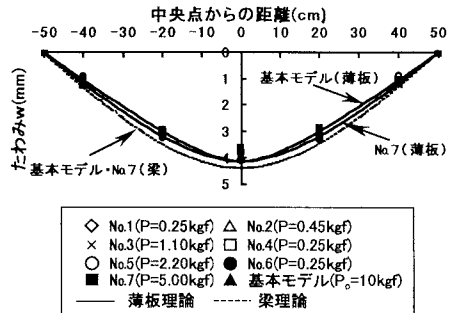


図-3 たわみ w 分布曲線 ($y=0$ 軸上)

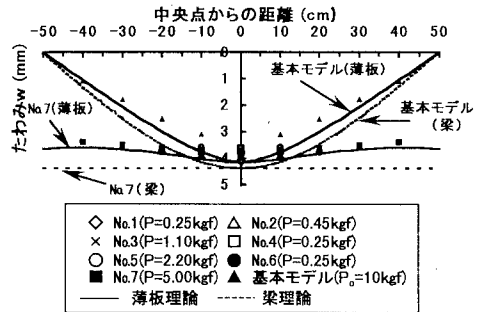


図-4 たわみ w 分布曲線 ($x=0$ 軸上)

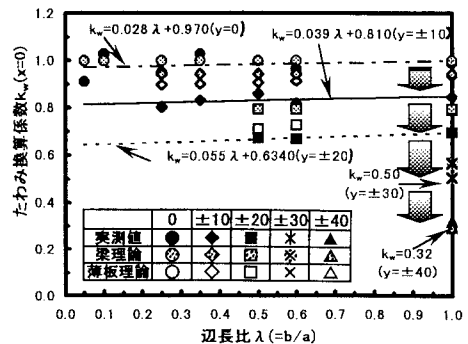


図-5 辺長比 λ - たわみ換算係数 k_w 曲線 ($x=0$)