

# I-A70 コンポジット系舗装のための均質化法に基づく積層板解析

中央大学大学院 学生会員 ○石川 俊明  
 鹿島建設 (株) 正会員 宇尾 朋之  
 中央大学理工学部 正会員 樫山 和男

## 1. はじめに

車両交通等による路面振動を抑制するためのアスファルト混合物の材料配合設計は、土木工学分野において重要な課題の一つである。この課題への対応は、材料の内部微視構造の幾何形状を考慮に入れた数値解析手法が望まれる。これには大規模問題を簡便実用的に解析できる平板理論に、厳密なモデルの再現が可能な均質化の理論<sup>1)</sup>を組み込むことが考えられる。

本報告では、積層の理論を用いることにより複合材料を考慮した Mindlin 板理論に均質化法を適用することを提案する。また、アスファルト層と路盤などの平面的に重なった舗装 (コンポジット系舗装) 部分の結合性を考慮するために複合平板の力学<sup>2)</sup>を組み込み、巨視構造にも大領域な問題取り扱えることを示し、その均質化され、複合化された弾性テンソルの値からこのアルゴリズムの有効性を示す。

## 2. 積層 Mindlin 板要素への均質化法の適用

### 2.1. 変位の関数と漸近展開式

Mindlin 板要素の変位関数  $u^\varepsilon$  は 3 変位成分として考える。

$$\{u^\varepsilon\}^T = \{u_3^\varepsilon, \theta_1^\varepsilon, \theta_2^\varepsilon\} \quad (1)$$

ここに、 $u_3^\varepsilon$  は面外並進変位、 $\theta_1^\varepsilon$ 、 $\theta_2^\varepsilon$  は曲げ回転変位を表す。平板の任意点の変位  $u^\varepsilon$  を表すため、巨視構造の位置を表す全体座標系  $X$  とは別に、周期的に配置されている微視構造内部の位置を表す座標系  $Y$  を導入する。(図-1)  $\varepsilon$  は式 (2) で示される  $X$  と  $Y$  の関係尺度であり十分に小さな値である。

$$x_i = \varepsilon y_i \quad (i = 1, 2) \quad (2)$$

変位  $u^\varepsilon$  は  $\varepsilon$  を用いて式 (3) のような漸近展開が可能であると仮定する。

$$\{u^\varepsilon\} = \{u^0\} + \varepsilon \{u^1\} \quad (3)$$

$u^1$  は  $Y$  に関して周期性を有する関数である。

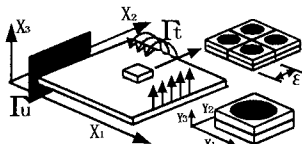


図-1 積層 Mindlin 板のための均質化法概念図

**Key Words:** コンポジット系舗装, 均質化法, 有限要素法  
 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27,  
 Tel:03(3817)1815, Fax:03(3817)1803

### 2.2. ひずみと変位の関係式

ひずみ  $\epsilon^\varepsilon$  と変位  $u^\varepsilon$  の関係は式 (4) のように表される。

$$\epsilon_{ii}^\varepsilon = -x_3 \left( \frac{\partial \theta_i^\varepsilon}{\partial x_i} \right) = -x_3 \left( \frac{\partial \theta_i^0}{\partial x_i} + \frac{\partial \theta_i^1}{\partial y_i} \right) \quad (i = 1, 2) \quad (4)$$

$$\gamma_{12}^\varepsilon = -x_3 \left( \frac{\partial \theta_2^\varepsilon}{\partial x_1} + \frac{\partial \theta_1^\varepsilon}{\partial x_2} \right) = -x_3 \left( \frac{\partial \theta_2^0}{\partial x_1} + \frac{\partial \theta_2^1}{\partial y_1} + \frac{\partial \theta_1^0}{\partial x_2} + \frac{\partial \theta_1^1}{\partial y_2} \right)$$

$$\gamma_{13}^\varepsilon = \frac{\partial u_3^\varepsilon}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1^\varepsilon}{\partial x_3} = \frac{\partial u_3^0}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1^0}{\partial y_1} - \theta_1^0$$

ここで、ひずみを巨視成分  $\epsilon^0$  と微視成分  $\epsilon^1$  に分けて表示すると式 (5) のようになる。

$$\epsilon^\varepsilon = \epsilon^0 + \epsilon^1 \quad (5)$$

### 2.3. 構成式および積層近似法

平板の構成則は式 (6) のように表される。

$$\{\sigma^\varepsilon\} = [D^\varepsilon] \{\epsilon^\varepsilon\} \quad (6)$$

また、本報告では厚さ方向に異なった材料の取り扱いを行うために積層理論を用いている。

$$[\bar{D}^\varepsilon] = \int_{-t/2}^{t/2} [D^\varepsilon] dy_3 \quad (7)$$

よって、構成則には  $[\bar{D}^\varepsilon]$  を使用する。

### 2.4. 仮想仕事の原理式

仮想仕事の原理式は式 (8) で表される。

$$\int_A \int_{x_3} \delta \epsilon_{ij}^\varepsilon \sigma_{ij}^\varepsilon dx_3 dA = \int_A \int_{x_3} \delta u_i^0 f_i^0 dx_3 dA \quad (8)$$

上式左辺に式 (5)、式 (6) を代入すると内力仕事を巨視構造と微視構造のひずみ成分に分けることができる。また、 $\varepsilon$  の 1 次の項以下を無視し式 (9) と式 (10) が恒等的に成立すればよい。

$$\int_A \int_{x_3} \delta \epsilon_{ij}^1 \bar{D}_{ijkl}^\varepsilon \epsilon_{kl}^\varepsilon dx_3 dA = 0 \quad (9)$$

$$\int_A \int_{x_3} \delta \epsilon_{ij}^0 \bar{D}_{ijkl}^\varepsilon \epsilon_{kl}^\varepsilon dx_3 dA = \int_A \int_{x_3} \delta u_i^0 f_i^0 dx_3 dA \quad (10)$$

式 (9) は微視構造の変位状態を支配する方程式であり、式 (10) は巨視構造の同じく支配方程式である。

### 2.5. 均質化された弾性テンソル

微視構造の支配方程式を解くことにより求まる周期特性関数を用いることにより、均質化された巨視構造の弾性テンソル  $D^H$  が式 (11) として求まる。

$$D_{ijkl}^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y \int_{x_3} (\bar{D}_{ijkl}^\varepsilon - \bar{D}_{ijkl}^\varepsilon \frac{\partial \chi_{kl}}{\partial y}) dx_3 dy \quad (11)$$

## 2.6. 複合平板の力学

本報告では巨視構造の解析に複合平板の力学<sup>2)</sup>を取り入れる。上層, 下層それぞれの平板は通常の弾性平板理論に従うとすると, モーメントと曲率の関係は式 (12) のようになる。

$$\{M_i\} = [\bar{D}_i]\phi(w) \quad (i = 1, 2) \quad (12)$$

層の境界面が結合されていない場合, 荷重を受けて平板が曲げ変形を起こすと2層はそれぞれの中立面を形成する。このとき重ね合った層のモーメントと曲率の関係は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \{M\} &= \{M_1\} + \{M_2\} \\ &= \{[\bar{D}_1] + [\bar{D}_2]\}\{\phi(w)\} \end{aligned} \quad (13)$$

また, 上下の平板は, リンク要素により結合されている。リンク要素の剛性  $K_L$  は, Ioannides らによって提案された式 (14) を用いた。

$$\begin{aligned} K_L &= \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \\ k_i &= \frac{2E_i(1 - \nu_i)}{h_i(1 - \nu_i - 2\nu_i^2)} \quad (i = 1, 2) \end{aligned} \quad (14)$$

## 2.7. プログラムのフローチャート

ここまでに示した複合材料解析への各手法を統合し, プログラムの全望を簡潔にまとめると図-2 に示すフローチャートとなる。

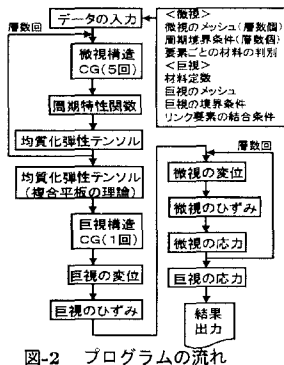


図-2 プログラムの流れ

## 3. 数値解析

数値解析例として, それぞれ異なる4種類の物質からなる複合積層板 (微視構造) を2層重ね合わせ複合平板 (巨視構造) を作成し, 中央部分に集中荷重を与えたモデルで応力解析を行った。巨視構造のモデルは図-3 に示す通りで, 側方向は全て完全拘束し, 重ね合わせた2層はリンク要素で結ばれていると仮定した。微視構造の仮想モデルは図-4 に示す通りである。それぞれの材料定数は表-1 に示す通りである。

均質化され複合化された弾性テンソル  $D_{1111}$  を表-1 に示す。弾性テンソルの移り変わりから見て均質化の理論に基づき妥当な解析が行えているといえる。また, 上層

における微視構造のひずみ分布を図-5 に示す。また, 巨視構造の面外変位図を図-6 に示す。微視構造のモデルでは剛性の強い材料付近でひずみが小さく, 巨視構造は集中荷重点で変位の最大値を得ており, 定性的に妥当な解析が行えたといえる。

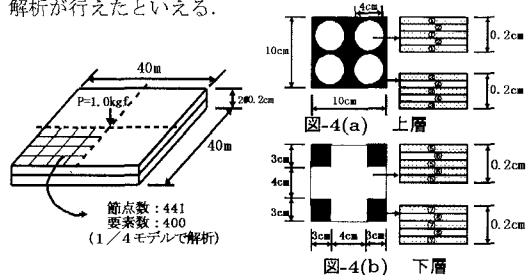


図-3 巨視構造モデル

図-4 微視構造モデル

表-1 材料定数と弾性テンソル

| 材料  | 弾性定数 ( $\text{kgf/cm}^2$ ) | ポアソン比 | $D_{1111}$ | $D_{1111}^H$ | $D_{1111}^H + D_{2111}^H$ |
|-----|----------------------------|-------|------------|--------------|---------------------------|
| (1) | 40,000                     | 0.35  | 14,3450    | 9.95462      | 11.0080                   |
| (2) | 30,000                     | 0.35  | 6.52898    |              |                           |
| (3) | 20,000                     | 0.35  | 1.37553    | 1.05338      |                           |
| (4) | 10,000                     | 0.35  | 0.625579   |              |                           |
| (5) | 4,000                      | 0.30  |            |              |                           |
| (6) | 3,000                      | 0.30  |            |              |                           |
| (7) | 2,000                      | 0.30  |            |              |                           |
| (8) | 1,000                      | 0.30  |            |              |                           |

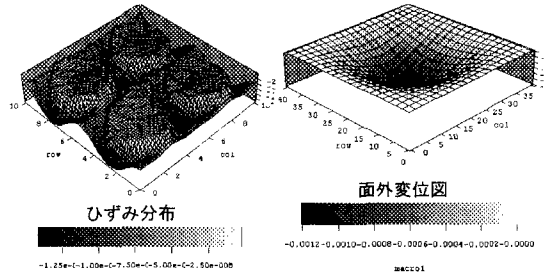


図-5 微視構造 (上層)

図-6 巨視構造 (上層)

## 4. おわりに

本報告では, 均質化法に基づき, 微視構造には積層板の理論を, 巨視構造には複合平板の力学をそれぞれ適用することによる簡便な複合材料の解析手法を提案した。また, 仮想的な数値解析を行い, 均質化され複合化された弾性テンソル, 巨視構造の面外変位, 微視構造の材料特性値を解析することにより, 以下に示す結論を得た。

1. 弾性テンソルは均質化され複合化されていることより, 妥当な計算が行える。
2. 巨視構造では集中荷重付近で大きな面外変位を持ち, 微視構造では剛性の強い材料付近はひずみが小さな値も持っていることより, 定性的には妥当な応力解析が行えているといえる。

今後の課題として, 巨視的な面外変位について, FWD 裁荷等の衝撃試験との定量的な比較検討を行う予定である。

## 参考文献

- 1) 伊根達比古, 弓削康平: 制振床材の振動特性解析, 計算工学講演会論文集, Vol.3, No.3, p711-714, 1998
- 2) 西澤辰男, 福手勤, 国分修一: コンポジット系舗装の解析法に関する研究, 土木学会論文集, 1999 (印刷中)