土木学会第54回年次学術講演会（平成11年9月）

Ⅰ－A61　接合部に半剛結ばねを有する骨組の有限変位挙動

東京都立大学　学生員　松原 拓朗
東京都立大学　正　員　野上 邦栄

1.　はじめに

従来から鋼構造の接合部の形式には、様々なものがあり、通常の設計では完全剛結あるいはピン結合にモデル化する場合が多い。そのため実際の挙動と異なる可能性がある。最近、建築構造では接合部に半剛結特性を解析に採り入れる研究が行われている[1),2)]。一方、土木分野では半剛結を設計に導入することが認められていないため、土木構造を対象とした研究はない。しかし、現実には接合方法によっては少なからず半剛結状態が存在することが考えられることから、この半剛結特性を考慮した解析法を確立しておくことは重要である。ここでは、半剛結部に回転ばね、せん断ばねおよび軸ばねでモデル化した鋼骨組の有限変位理論の定式化を行い、具体的にラーメン構造に適用し、その非線形挙動およびモデル化の有効性を明らかにする。

2.　半剛結バネを有する有限変位理論

まず、図－1のようにはり要素 ij と長さ 0 の半剛結ばね要素 pq, rs からなるモデルを考える。各ばねの回転ばね剛性を k^r、せん断ばね剛性を k^s、軸ばね剛性を k^a と置く。このときばね要素 pq の要素剛性行列は次式で表すことができる。

$$\boldsymbol{R}_{pq} = \boldsymbol{K}_i^s \boldsymbol{\delta}_{pq} \quad \cdots (1)$$

$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{R}_{pq} = \{N_p, S_p, M_p, N_q, S_q, M_q\}^T \\ \boldsymbol{\delta}_{pq} = \{u_p, v_p, \theta_p, u_q, v_q, \theta_q\}^T \end{array}\right\} \quad (2)$$

$$\boldsymbol{K}_i^s = \begin{pmatrix} k_i^a & 0 & 0 & -k_i^a & 0 & 0 \\ 0 & k_i^s & 0 & 0 & -k_i^s & 0 \\ 0 & 0 & k_i^r & 0 & 0 & -k_i^r \\ -k_i^a & 0 & 0 & k_i^a & 0 & 0 \\ 0 & -k_i^s & 0 & 0 & k_i^s & 0 \\ 0 & 0 & -k_i^r & 0 & 0 & k_i^r \end{pmatrix} \quad (3)$$

同様に、ばね要素 rs の要素剛性行列が次式のように与えられる。

$$\boldsymbol{R}_{rs} = \boldsymbol{K}_j^s \boldsymbol{\delta}_{rs} \quad \cdots (4)$$

一方、はり要素 ij の非線形剛性方程式は非線形剛性行列を$\boldsymbol{K}$と置くならば

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{K}\boldsymbol{\delta} \quad \cdots (5)$$

$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{R} = \{N_i, S_i, M_i, N_j, S_j, M_j\}^T \\ \boldsymbol{\delta} = \{u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j, \theta_j\}^T \end{array}\right\} \cdots (6)$$

となる。したがって、半剛結ばね要素とはり要素からなる方程式は次式のようになる。

$$\boldsymbol{R}^* = \boldsymbol{K}^* \boldsymbol{\delta}^* \quad \cdots (7)$$

$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{R}^* = \{\boldsymbol{R}_{pq}, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_{rs}\}^T \\ \boldsymbol{\delta}^* = \{\boldsymbol{\delta}_{pq}, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\delta}_{rs}\}^T \end{array}\right\} \cdots (8)$$

$$\boldsymbol{K}^* = \begin{pmatrix} \boldsymbol{K}_i^s & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{K} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{K}_j^s \end{pmatrix} \quad \cdots (9)$$

ところで、半剛結接合部の変位ははり要素の変位との間に

$$\boldsymbol{\delta}^* = \boldsymbol{T}\bar{\boldsymbol{\delta}} \quad \cdots (10)$$

$$\bar{\boldsymbol{\delta}} = \{\boldsymbol{\delta}, u_q, v_q, \theta_q, u_r, v_r, \theta_r\}^T \quad \cdots (11)$$

$$\boldsymbol{T} = \begin{pmatrix} 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

同様に、荷重も次式が成り立つ。

$$\boldsymbol{R}^* = \boldsymbol{T}\bar{\boldsymbol{R}} \quad \cdots (13)$$

$$\bar{\boldsymbol{R}} = \{\boldsymbol{R}, P_q, S_q, M_q, P_r, S_r, M_r\}^T \quad \cdots (14)$$

したがって、式 (7) に代入すると

$$\bar{\boldsymbol{R}} = \bar{\boldsymbol{K}}\bar{\boldsymbol{\delta}} \quad \cdots (15)$$

$$\bar{\boldsymbol{K}} = \boldsymbol{T}^T \boldsymbol{K}^* \boldsymbol{T} \quad \cdots (16)$$

と表すことができるので、さらに次式のように表示し直すことができる。

$$\left\{\begin{array}{c} \bar{\boldsymbol{R}}^a \\ \bar{\boldsymbol{R}}^b \end{array}\right\} = \begin{pmatrix} \bar{\boldsymbol{K}}^{aa} & \bar{\boldsymbol{K}}^{ab} \\ \bar{\boldsymbol{K}}^{ba} & \bar{\boldsymbol{K}}^{bb} \end{pmatrix} \left\{\begin{array}{c} \bar{\boldsymbol{\delta}}^a \\ \bar{\boldsymbol{\delta}}^b \end{array}\right\} \quad \cdots (17)$$

$$\left.\begin{array}{l} \bar{\boldsymbol{R}}^a = \{\boldsymbol{R}\},\ \bar{\boldsymbol{\delta}}^a = \{\boldsymbol{\delta}\} \\ \bar{\boldsymbol{R}}^b = \{P_q, S_q, M_q, P_r, S_r, M_r\}^T, \\ \bar{\boldsymbol{\delta}}^b = \{u_q, v_q, \theta_q, u_r, v_r, \theta_r\}^T \end{array}\right\} \cdots (18)$$

したがって、はり要素 ij の自由度のみで表示するため、節点 q,r を縮約すると次式のように書き直すことができる。

$$\bar{\boldsymbol{K}}^* \bar{\boldsymbol{\delta}}^a = \bar{\boldsymbol{R}}^a - \bar{\boldsymbol{R}}^* \quad \cdots (19)$$

$$\left.\begin{array}{l} \bar{\boldsymbol{K}}^* = \bar{\boldsymbol{K}}^{aa} - \bar{\boldsymbol{K}}^{ab}[\bar{\boldsymbol{K}}^{bb}]^{-1}\bar{\boldsymbol{K}}^{ba} \\ \bar{\boldsymbol{R}}^* = \bar{\boldsymbol{K}}^{ab}[\bar{\boldsymbol{K}}^{bb}]^{-1}\bar{\boldsymbol{R}}_b \end{array}\right\} \cdot (20)$$

なお、q,r に分布荷重が作用しなければ $\bar{\boldsymbol{R}}^* = 0$ と置けば良い。

ばね定数については、次式のように与える。

半剛結, 接合, 有限変位解析
〒 192-0397 東京都八王子市南大沢 1-1　TEL. (0426)77-1111　FAX. (0426)77-2772

$$k^r = \frac{R_{ki}}{\{1+(\frac{\theta_r}{M_u/R_{ki}})^n\}^{(n+1)/n}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (21)$$

$$k^s = \frac{\beta^s}{1-\beta^s}\frac{12EI_y}{\ell^3} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (22)$$

$$k^a = \frac{\beta^a}{1-\beta^a}\frac{EA}{\ell} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (23)$$

回転ばねのばね定数には三要素 power モデルを使用した。このモデルは接合部の簡略な解析モデルから導いた曲げに関する初期剛性 R_{ki} と限界曲げ耐力 M_u および実験データを基にして決定する形状指数パラメータ n(ここでは半剛結①で $n=0.5$、半剛結②で $n=1.0$ を用いた) のみを用いて $M-\theta_r$ 特性を表すもので、M,θ_r や剛性を直接代数式で算出することが可能である[1]。また、β はヒンジの場合 $\beta=0$、剛結の場合 $\beta=1$ となる。

3. 解析モデルと非線形解析法

解析対象とするラーメン構造は、図-2のように両端固定の一層ラーメン構造であり、荷重は鉛直荷重 P と水平荷重 H を載荷している。部材断面は薄肉正方形断面 (1270×1270×20mm) である。

非線形解析は、NR 法と弧長増分法を用いている。なお、荷重の載荷方法は水平荷重を作用した後、鉛直荷重を載荷して最大荷重を算出している。

4. 解析結果と考察

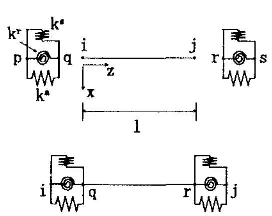
水平荷重が $H/P_{cr}=10^{-4}$ (P_{cr}:座屈荷重) と微小の場合について、回転ばねの結合剛性として剛結 (k=∞)、半剛結① (k=660000)、半剛結② (k=66000)、ヒンジ (k=0) また、軸ばね、せん断ばねのパラメータ β を 0.1,1.0 として解析を行なった。

図-3は、回転ばねのみの剛性を変化させた解析結果を示したものである。軸ばね、せん断ばねのパラメータ β は、1とした。縦軸には座屈荷重に対する鉛直荷重の無次元量 (P/P_{cr}) を、横軸には要素長に対する頂部の水平変位の無次元量 (v/ℓ) を採っている。剛結回転ばねは、座屈荷重に漸近して最大荷重に達した後、変位の増大とともに荷重の減少が生じている。この傾向は他の半剛結ばねの場合もどうようである。さらに、結合部剛性が小さいほど最大荷重が小さくなっている。

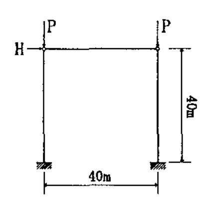
図-4は、半剛結② について軸ばね、せん断ばねのパラメータ β を変化させたときの解析結果である。軸ばねについてはばね定数の変化にかかわらずほとんど同じ値を示したが、せん断ばねについては、ばね定数を減少させるとある特定の荷重において収束しなくなることがわかった。

参考文献

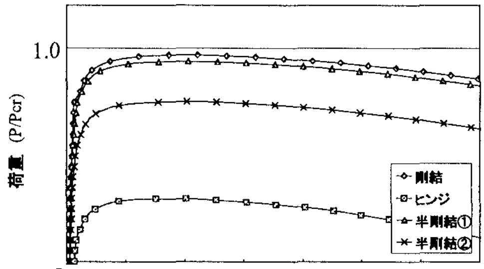
1) 岸、Chen、松岡、能町: 鋼梁-柱接合部の曲げ剛性評価実験に関するデータベース作成とその応用, 構造工学論文集,Vol.35A,1989
2) 後藤、鈴木、松浦: はりと柱の結合部の非弾性特性を考慮した半剛結平面骨組の臨界挙動の解析, 土木学会論文集, 第410号/I-12,1989
3) 伊藤、野上: 不完全系釣合径路追跡計算上の問題点とその対策, 構造工学論文集,Vol.32A,1986



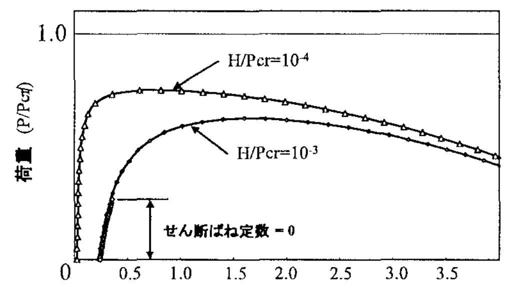
図－1 半剛結接合部を有する部材要素



図－2 解析モデル



図－3 荷重変位曲線



図－4 半剛結② の荷重変位曲線