

I-A54

水浸探触子の特性の同定に関する研究

東京工業大学 学生員 身崎 成紀・正員 廣瀬 壮一

1. はじめに

本研究は、2つの探触子を互いに向き合わせて超音波の送受信を行う数値シミュレーションと水浸超音波実験を行い、それぞれの波形から振動面の速度分布の同定を行った。まず、数値シミュレーションによるデータを用いて解法の妥当性の検討を行い、その後、実際の水浸超音波実験によって得られたデータに適用した。

2. 水浸探触子による波動場の数学モデル

図1に示すように、半径 a の円形平面振動子 S を持つ探触子が水中に置かれ、振動面から超音波を発しているとする。一般に探触子の振動面の速度 v は、空間座標 x と時間 t の関数であるが、以下においては簡単のために v を空間と時間を分離して表現し、かつ空間分布は円形振動面の中心からの距離

$R = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ の関数であると仮定する。すなわち、

$$v(x, t) = V(R)f(t) \quad (1)$$

と仮定する。水中のある点 y 、時刻 t における圧力 $p(y, t)$ は次のように表せる。¹⁾

$$\begin{aligned} p(y, t) &= \frac{\rho}{2\pi} \int_S \frac{1}{r} \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} dS(x) \\ &= \frac{\rho}{2\pi} \int_S \frac{V(R)}{r} \frac{\partial}{\partial t} f\left(t - \frac{r}{c}\right) dS(x) \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 ρ は水の密度、 c は波速である。また、 $r = |x - y|$ である。さらに、上式を時間に関してフーリエ変換すると次のようにあらわされる。

$$\bar{p}(y, \omega) = \frac{-i\omega\rho\bar{f}(\omega)}{2\pi} \int_S \frac{V(R)}{r} e^{-i\omega r/c} dS(x) \quad (3)$$

ここに、 ω は角周波数を表し、 $\bar{f}(\omega)$ は $f(t)$ をフーリエ変換した関数である。

式(2)あるいは(3)より、探触子振動面 S 上での速度の空間ならびに時間関数が与えられれば水中での任意の点 y における圧力を求めることができる。一方、式(3)は、圧力 p が点 y において計測された時に、振動面上の速度の空間分布 $V(R)$ を求める逆解析法の基礎式をなすものである。

3. 同定問題の解法

水中のいくつかの点 y_n ($n = 0, \dots, N$)において、圧力 $p(y_n, t)$ が得られたとする。今、点 y_0 で計測された圧力 $p(y_0, t)$ を参照データとして、点 y_n での圧力 $p(y_n, t)$ と点 y_0 での圧力 $p(y_0, t)$ のフーリエ成分の比をとると次のようになる。

$$Q_{nk} \equiv \frac{\bar{p}(y_n, \omega_k)}{\bar{p}(y_0, \omega_k)} = \frac{\int_S \frac{V(R)}{r_n} e^{-i\omega_k r_n/c} dS(x)}{\int_S \frac{V(R)}{r_0} e^{-i\omega_k r_0/c} dS(x)} \quad (4)$$

ここに、フーリエ成分は離散化された角周波数 ω_k ($k = 1, K$)において得られるものとした。式(4)の左辺の

キーワード 近距離波動場、水浸超音波法、同定問題

連絡先 〒152-0034 東京都目黒区大岡山 2-12-1 (TEL 03-5734-2692)

Q_{nk} は、実験あるいはシミュレーションによって与えられる。よって、解くべき同定問題は $Q_{nk} (n=1, \dots, N, k=1, \dots, K)$ が与えられたときに、 $V(R)$ を求める問題である。関数 V は面 S の中心からの距離 R の関数であるので、面 S を $R_m < R < R_{m+1}$ を占める同心円状の区間 $S_m (m=0, \dots, M)$ に分割し、それぞれの区間において V は一定と仮定する。すなわち、次式のように $V(R)$ を離散化する。

$$\begin{aligned} V(R) &= \sum_{m=0}^M V_m \{H(R-R_m) - H(R-R_{m+1})\} \\ &= V_0 \sum_{m=0}^M \tilde{V}_m \{H(R-R_m) - H(R-R_{m+1})\} \quad (5) \end{aligned}$$

ここに、 $H(\cdot)$ はステップ関数であり、 $R_0 = 0$ 、 $R_{M+1} = a$ である。また、 $\tilde{V}_m = V_m / V_0$ 、 $\tilde{V}_0 = 1$ である。

式(5)を(4)に代入して整理すると次のようになる。

$$\begin{aligned} V_0 \sum_{m=0}^M (A_m^{nk} - Q_{nk} A_m^{0k}) \tilde{V}_m &= 0, \\ (n=1, \dots, N, k=1, \dots, K) \quad (6) \end{aligned}$$

ここに、 $A_m^{nk} \equiv \int_{S_m} \frac{e^{-i r_n \omega_k / c}}{r_n} dS(x)$ である。

式(6)を満たす $\tilde{V}_m$ を求めるために、次のようなコスト関数 C を導入して、関数 C を最小にするような $\tilde{V}_m (m=1, \dots, M)$ を求めることにする。

$$C = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \left| \sum_{m=0}^M (A_m^{nk} - Q_{nk} A_m^{0k}) \tilde{V}_m \right|^2 \quad (7)$$

関数 C を $\tilde{V}_l$ で偏微分すると、

$$\frac{\partial C}{\partial \tilde{V}_l} = 2 \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^M \left\{ (A_l^{nk} - Q_{nk} A_l^{0k}) (A_m^{nk} - Q_{nk} A_m^{0k}) \tilde{V}_m \right\} \quad (8)$$

を得る。 $\tilde{V}_0 = 1$ ゆえ、(8)式は、 $\tilde{V}_m (m=1, \dots, M)$ に関する連立一次方程式系を構成する。これを解くことにより、振動面の速度分布が求まる。

4. 同定結果

まず、式(2)において、振動子の速度の時間関数 $f(t) = \sin(2\pi t / T)$ 、 $0 \leq t \leq T$ 、($T = 1 \mu \text{sec}$)、空間分布関数 $V(R) = V_0 (1 - (R/a)^2)$ 、($a = 12 \text{mm}$) としたもののについて波動場をシミュレーションする。受信探触子の位置 y は、ある $x_3 = z$ の $x_1 - x_2$ 面内で、 $R = 1 \text{mm} \sim 5 \text{mm}$ の 1mm 間隔の5点とし、そこでの圧力 $p(y_n, t)$ を計算した。また、同じ $x_1 - x_2$ 面内で $R = 0$ での圧力 $p(y_0, t)$ を参照データとした。

図2にシミュレーション波形を用いて同定された $V(R)$ を示す。 $z = 1, 10, 20, 30, \text{mm}$ と受信位置が送信探触子から離れるに従って、解の精度が悪くなっている。 $z = 40 \text{mm}$ 以上では解は求められなかった。

一方、水浸超音波実験についてもシミュレーションと同様の条件で計測し、得られた波形から $V(R)$ の同定を行った。図3に結果を示す。用いた水浸探触子は中心から周辺に向かって減少する速度分布を持つことがわかった。また、計測波形を用いた場合も、 $z = 40 \text{mm}$ 以上では解は求められなかった。

5. 結論

本解析により、振動面の速度分布をある程度推定できることがわかった。今後、振動面の速度分布を求めた探触子を用いて超音波探傷試験を行い、欠陥からの散乱波動を解析することによって超音波探傷法の高精度定量化を計る。

参考文献 1) J.W.S. Rayleigh, "The Theory of Sound Vol.2", Dover, 1945

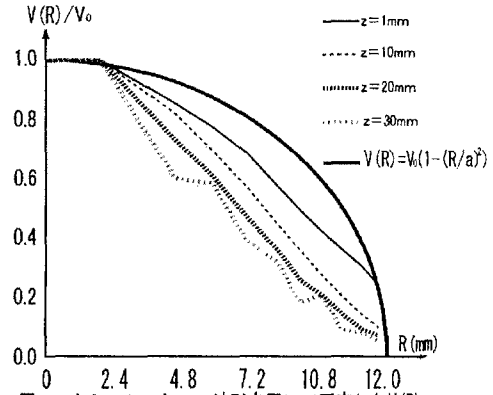


図2 シミュレーション波形を用いて同定した $V(R)$

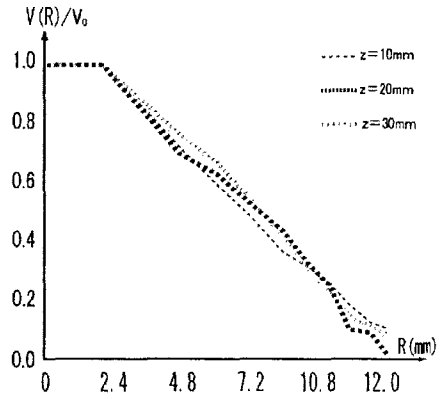


図3 計測波形を用いて同定した $V(R)$