

I-A49

分布クラックによる波動場の散乱減衰特性

東北大学 学正員 岸部大蔵 須藤貴史
東北大学 正員 北原道弘

1. はじめに

欠陥が弾性体中に分布して存在する場合、この弾性体中を伝播する波動場は欠陥により散乱され、散乱に伴って波動場は減衰する。逆に、この散乱減衰量を計測できれば、欠陥の分布状態に関する情報を抽出できる可能性がある。散乱減衰を特徴付けるパラメータは波動場の振幅の減少を支配する散乱減衰係数であり、分布欠陥中の波動場において散乱減衰は周波数に依存する。

分布欠陥の存在により生じた散乱波のパワーが散乱減衰と直接的に関係するため、まず散乱パワーと減衰について要約し、散乱減衰の数値解析結果を示す。次に、実際に欠陥を含む供試体を作成し、散乱減衰を計測した結果を示す。

2. 散乱減衰の解析

(1) 散乱パワー

クラックの存在により全方向に散乱された散乱波が有するパワーを、入射波の進行方向に垂直な散乱体の断面積に投影換算して表現したものは散乱断面積と呼ばれている。ここでは、散乱パワーに係わる定義を要約する。

波動の伝播方向を表す単位ベクトル $\mathbf{p}$ に垂直な単位面積、単位時間当たりのエネルギー (インテンシティ) は次のように書ける。

$$I = p_i \sigma_{ij} \dot{u}_j \quad (1)$$

ここに、 σ_{ij} は応力、 $\dot{u}_j$ は変位の時間微分である。いま、図-1に示すように入射波として x_3 軸方向に進む平面波を考えれば、この入射波 $\mathbf{u}^I$ が有するインテンシティは

$$I^I = \sigma_{3j}^I \dot{u}_j^I \quad (2)$$

となる。また、単位法線 $\hat{\mathbf{x}}$ を持ち、クラックを囲む閉じた表面 A を通過する散乱波 $\mathbf{u}^S$ が有するパワー (単位時間当たりのエネルギー) は、散乱波成分について式(1)を積分して次のようになる。

$$P^S = \int_A \hat{x}_i \sigma_{ij}^S \dot{u}_j^S dA \quad (3)$$

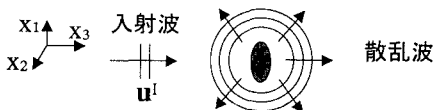


図-1 入射波と散乱波

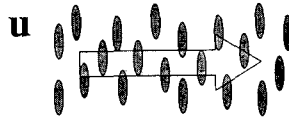
弾性散乱断面積 $P(\omega)$ は、入射波の時間平均インテンシティ $\langle I^I \rangle$ に対する全方向に散乱された散乱波の時間平均パワー $\langle P^S \rangle$ の比として、次のように定義される。

$$P(\omega) = \langle P^S \rangle / \langle I^I \rangle \quad (4)$$

ここに、 ω は角振動数である。

(2) 散乱減衰

図-2に示すように弾性母材内に形状、大きさ、向き、の同じ円形クラックがランダムに分布して存在している場合を考える。

図-2 円形クラックと波動場 $\mathbf{u}$

いま、円形クラックが分布した場合の波動特性を調べるために複素波数を次のように導入する。

$$k_L(\omega) = \omega / c_L(\omega) + i\alpha(\omega) \quad (5)$$

この表現において、 $c_L(\omega)$ が位相速度、 $\alpha(\omega)$ が散乱減衰係数である。ここで、 x_3 軸方向に伝播する平面波動場は次のように書ける。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \bar{\mathbf{u}}(x_1, x_2) e^{-\alpha(\omega)x_3} e^{i[(\omega/c_L(\omega))x_3 - \omega t]} \quad (6)$$

上記波動場(7)の時間平均インテンシティは式(2)を参考にして次のように求まる。

$$\langle I \rangle = \langle I_0 \rangle e^{-2\alpha(\omega)x_3} \quad (7)$$

ここに、 $\langle I_0 \rangle$ は基準点 $x_3 = 0$ における時間平均インテンシティである。

一方、インテンシティの変化量が個々の散乱体により散乱されたパワーの減少量に等しいことと、式(4)から、波動の進行方向のインテンシティの変化量を支配する微分方程式が得られる。

$$\frac{d\langle I \rangle}{dx_3} + \sum_{k=1}^n P_k(\omega) \langle I \rangle = 0 \quad (8)$$

ここで、 n は単位体積中の円形クラックの個数であり、 $P_k(\omega)$ は k 番目のクラックによる散乱断面積である。この方程式の解は次のように求まる。

$$\langle I \rangle = \langle I_0 \rangle e^{-\sum_{k=1}^n P_k(\omega)x_3} \quad (9)$$

式(7)、(9)から、散乱減衰係数は次のようになる。

$$\alpha(\omega) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n P_k(\omega) \quad (10)$$

上式(10)において、集合平均 (現実的には空間平均) を取れば次のようになる。

Key Words: 散乱パワー, 散乱減衰, 分布クラック, 超音波計測

〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉06 TEL 022-217-7126 FAX 022-217-7127

$$\alpha(\omega) = \frac{1}{2}NP(\omega) \quad (11)$$

ここで、 N は単位体積中の円形クラックの平均個数であり、 $\alpha(\omega)$ も平均的な意味に解釈する。上式より、一個の円形クラックによる散乱断面積 $P(\omega)$ を計算で求め、平均個数 N を与えることにより散乱減衰率 $\alpha(\omega)$ を決めることができる。逆に、散乱減衰率 $\alpha(\omega)$ を計測等により決定できれば、平均個数 N を推定することが可能である。

円形クラックがポアソン比 $\nu = 0.2$ の母材内に分布した場合の散乱減衰係数を3種類の平均個数 N について図-3に示す。縦軸はクラックの半径 a で無次元化した散乱減衰係数、横軸は無次元化縦波波数である。図-3の特徴は周期的なピークの存在にある。ピーク間の波数差 $\Delta ak_L \approx 3/2$ を波長換算してみると $\lambda \approx 2D$ (D は直径)となり、クラック径と半波干渉した結果としての減衰特性であることが伺える。

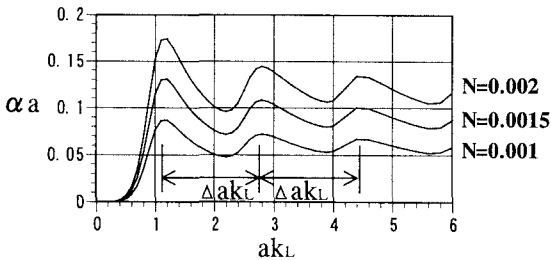


図-3 散乱減衰係数(母材のポアソン比=0.2)

3. 散乱減衰計測

(1) 計測概要

図-4に示すような装置を用いて計測を行った。ファンクションジェネレーターにより発せられた電気信号は水浸探触子を駆動して、水中に超音波を送信する。この超音波は水を介して供試体内に伝播し、円形クラックによる散乱のため減衰し、透過する。この透過波が反対側の探触子により受信され、デジタルオシロスコープにより時間波形として表示される。ここで供試体表面により反射を繰り返した波も透過し測定されるが、今回計測するのは一度も供試体表面で反射されずに透過した波である。

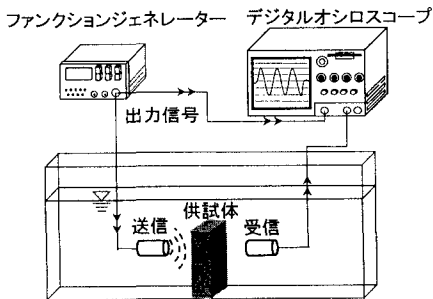


図-4 計測装置の概要

仮想クラックを含む供試体として図-5に示すように板状のセメント表面に円形のくぼみをランダムに与えたものを3層に接着した。なお、このセメントのポアソン比はほぼ0.2である。

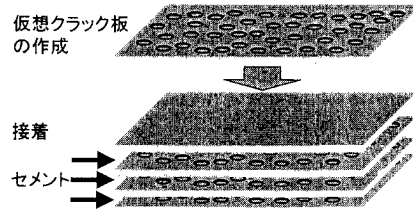


図-5 供試体の作成手順

(2) データ処理と散乱減衰係数

前節で示した装置により波形を計測するが、伝播経路の影響を取り除き円形クラックによる散乱減衰のみを取り出す必要がある。そこで今回はクラックを含む供試体とクラックを含まないが、それ以外は接着層も含めて同じ供試体を用いて、次のようにして伝播経路の影響を取り除き、散乱減衰を測定した。

円形クラックを含まない供試体を用いた場合の透過波を u_0 、含む供試体の透過波を u_1 とすると母材の波動場は式(7)より次のように表される。

$$u_0(x) = \bar{u}(x_1, x_2) e^{-\alpha_0(\omega)x_3} e^{i[(\omega/c_{L0}(\omega))x_3 - \omega t]} \quad (12)$$

$$u_1(x) = \bar{u}(x_1, x_2) e^{-\alpha_1(\omega)x_3} e^{i[(\omega/c_{L1}(\omega))x_3 - \omega t]} \quad (13)$$

式(12)、(13)の絶対値の比を取り、伝播距離として供試体の厚さ d を用い、散乱減衰を円形クラックの半径 a で無次元化すると、次式のように伝播経路の影響を除いた散乱減衰が求められる。

$$\alpha(\omega)a = \{\alpha_1(\omega) - \alpha_0(\omega)\}a = \frac{a}{d} \ln \frac{|u_0|}{|u_1|} \quad (14)$$

(3) 計測結果

中心周波数1MHzのトランスデューサーを用いて計測した散乱減衰係数の結果と数値解析結果を周波数軸に変換したものを図-6に示す。本供試体においては単位体積中のクラックの平均個数は、 $N = 0.00159$ である。

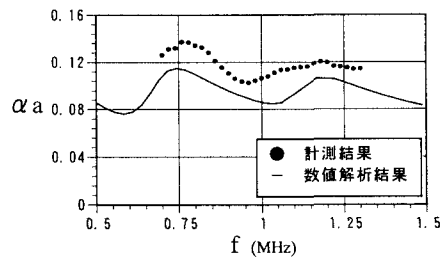


図-6 数値解析結果と計測結果の比較