

I-A42

有限変位解析での部材間ヒンジ結合の処理*

法政大学工学部 正会員 阿井 正博†

法政大学工学部 三宅 晃・松井 智

1. はじめに -. 骨組の有限変位解析において、図1のような部材間のヒンジ結合があるとき、節点自由度 $\{x, y, \theta\}_i$ に材端回転角 θ'_i を並立させて、全自由度を $\{\dots, (x, y, \theta)_i, \theta'_i, \dots\}$ として解析する方法も考えられるが、全体自由度の処理は煩雑となる。微小変位問題では、片端ヒンジの要素剛性が直接組込まれてこの問題は回避されるが、ここでは、要素の変形-剛体変位分離の手法による有限変位解析において同等の扱いを考える。

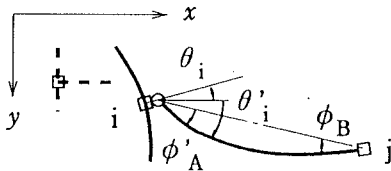


図1：部材間ヒンジ結合

2. 片端ヒンジ部材 -. 構造の全自由度 $\{x_J\}$ に対して、両端剛結部材では図2の変形 $e_{(e)} = \{\epsilon, \varphi_A, \varphi_B\}$ は幾何学的に決まり、変形自由度の上での剛性関係より変形力 $f_{(e)}(e) = \{Hl, M_A, M_B\}$ が得られる。ここで、その間の接線剛性 $[\kappa(e)]_{(e)}$ の成分を次のように表す：

$$\delta \begin{Bmatrix} Hl \\ M_A \\ M_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} & \kappa_{13} \\ \kappa_{21} & \kappa_{22} & \kappa_{23} \\ \kappa_{31} & \kappa_{32} & \kappa_{33} \end{bmatrix} \delta \begin{Bmatrix} \epsilon \\ \varphi_A \\ \varphi_B \end{Bmatrix} \quad (1)$$

片端Aがヒンジであるとき、その曲げ回転角 φ'_A は全自由度 $\{x_J\}$ とは独立であり、 $f_{(e)}-e_{(e)}$ 間が非線形であれば、全体解析の繰返し計算の内側で、 $M_A = 0$ となる φ'_A を求める数値計算を要す： $\{x_J\}$ で決まる ϵ と φ_B を固定した上で、 $M_A-\varphi'_A$ 間のみで、例えば $\varphi'_{A[0]} = 0$ を初期値として、 $[i]$ 回目の $\varphi'_{A[i]}$ での端曲げモーメント $M_{A[i]} (= M_A(\varphi'_{A[i]}))$ に対して、式

(1)の接線剛性の上で、次回回転角を

$$\varphi'_{A[i+1]} = \varphi'_{A[i]} - \frac{M_{A[i]}}{\kappa_{22}[i]} \quad (2)$$

とする Newton-Raphson 法により、 $M'_A \approx 0$ となる φ'_A を求める方法が考えられる。その結果の $\{Hl, 0, M_B\}$ を全体解析に取り込むが、同時に、片端ヒンジとしての接線剛性は、式(1)の上で $\delta M_A = 0$ の条件より決まる $\delta \varphi'_A = -\kappa_{21}/\kappa_{22} \cdot \delta \epsilon - \kappa_{23}/\kappa_{22} \cdot \delta \varphi_B$ を式(1)にもどした

$$\delta \begin{Bmatrix} Hl \\ M_A \\ M_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa_{11} - \frac{\kappa_{12}\kappa_{21}'}{\kappa_{22}} & 0 \\ 0 & 0 \\ \kappa_{31} - \frac{\kappa_{32}\kappa_{21}'}{\kappa_{22}} & 0 \\ \kappa_{13} - \frac{\kappa_{12}\kappa_{23}}{\kappa_{22}} & \\ 0 & \\ \kappa_{33} - \frac{\kappa_{32}\kappa_{23}}{\kappa_{22}} & \end{bmatrix} \delta \begin{Bmatrix} \epsilon \\ 0 \\ \varphi_B \end{Bmatrix} \quad (3)$$

となり、これを全体の接線剛性に組み込む。

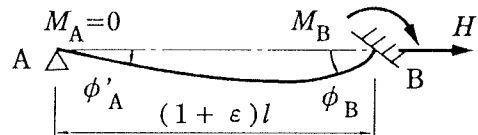


図2：片端ヒンジ部材

3. 両端ヒンジ部材 -. 両端ヒンジの部材は、トラス部材と同じ挙動にあり、 $\{x_J\}$ で決まる $\epsilon_{(e)}$ に対して、変形力は $Hl = EAl \cdot \epsilon$ のみが生じ、接線剛性は、(1, 1)成分のみ $\kappa_{11} = EAl$ とし他成分は零とすればよい。

ここで、圧縮による局部座屈とその後挙動を考慮するものとするれば、次のように展開できる：文献1)の3次摂動解による変形力-変形間の接線剛性は、軸

* キーワード：骨組, ヒンジ, 有限変位

† 連絡先：〒184-8584 小金井市梶野町3-7-2 / Tel. 042-387-6277, Fax. #-6124

力状態 ($\varphi_A = \varphi_B = 0$) で

$$\delta \begin{Bmatrix} Hl \\ M_A \\ M_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EI & 0 & 0 \\ \frac{4EI}{l} + \frac{2}{15}(Hl) - \frac{11l(Hl)^2}{6300EI} & \text{Sym.} & \\ 0 & \frac{2EI}{l} - \frac{1}{30}(Hl) + \frac{13l(Hl)^2}{12600EI} & \\ 0 & \frac{4EI}{l} + \frac{2}{15}(Hl) - \frac{11l(Hl)^2}{6300EI} & \end{bmatrix} \delta \begin{Bmatrix} \epsilon \\ \varphi_A \\ \varphi_B \end{Bmatrix} \quad (4)$$

となる (E, A, I, l は、弾性定数, 断面積, 断面2次モーメント, 初期長さ)。この剛性での $\delta f_{(e)} = 0$ で $\delta e_{(e)} \neq 0$ の単純はりの座屈条件 $\det. [\kappa(Hl)] = 0$ によって、座屈軸力

$$(Hl)_{cr.} = 6(5 - 3\sqrt{5}) \frac{EI}{l} \quad (5)$$

が得られる。座屈後の挙動を考えると、 $\varphi_A = -\varphi_B = \varphi$ であり、振動3次解の変形力-変形関係において $\{M_A, M_B\} = \{0, 0\}$ を展開すれば、 ϵ ($\epsilon < \epsilon_{cr.} = (Hl)_{cr.}/(EA l)$) を独立として

$$\varphi = \sqrt{-\frac{240I}{(3 + \sqrt{5})Al^2} - 2\sqrt{5}\epsilon} \quad (6)$$

の回転角となり、軸力は $Hl = (Hl)_{cr.}$ の一定値となる。これらの関係は、図3のように表せる。

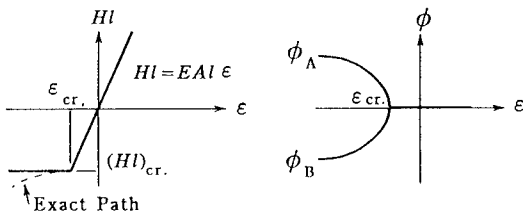


図3：座屈後の変形経路

4. 数値計算例 - 図4, 5に示す直線ケーブル斜材で補剛された 2×3 のラーメン構造 (曲材: $EA = 1.767 \times 10^5$, $EI = 3.654 \times 10^6$, $l = 500./$ ケーブル: $EA = 1.76 \times 10^4$, $l = 707.11$ in tonf, cm) において、側面の節点 1, 4, 7 の水平荷重 70.tonf に対するつり合い経路を数値計算した。

図4では、部材 (3), (4), (5), (6), (8) の節点 4, 6, 7, 9, 2 側をそれぞれ片端ヒンジとした場合であり、荷重係数 $\rho = 0.95$ 付近で、これらの部材の曲げ変形が急速に進み、全体の変位も大きくなる。破線の斜材は、ケーブルの弛緩を表す。

図5は、部材 (3)~(6) の両端をヒンジ結合としている。これらの内、部材 (5) のみに局部曲げ座屈 ($\rho = 0.725$) が生じるが、この座屈は全体接線剛性の上では感知されない。全体座屈は、部材 (5) の後座屈変形と伴に構造が大きく変形した後 (図6)、 $\rho = 0.840$ で、図の破線のように生じる。

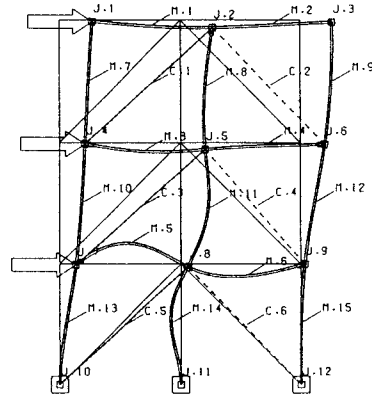


図4：片端ヒンジでの最終つり合い状態

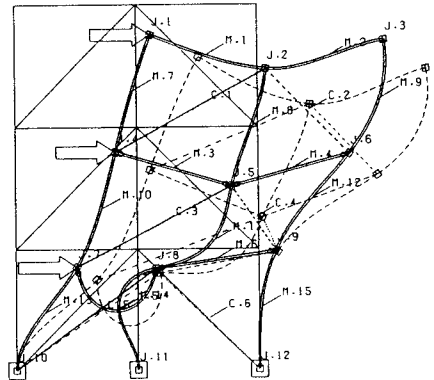


図5：両端ヒンジでの全体座屈状態

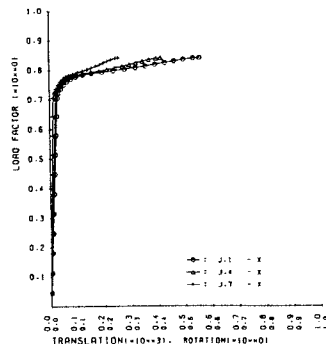


図6：両端ヒンジでの荷重-変位曲線

<文献> 1) 阿井・西野, 土木学会論文集, No.304, 1980-12.