

I - A32

異方性材料中の欠陥による弾性波の散乱について

東京工業大学 学生員 桂 健太郎

東京工業大学 正 員 廣瀬 壮一

1.はじめに

異方性が非破壊検査の精度に及ぼす影響を明らかにするための基礎的研究として、数値計算による2次元波動散乱解析を行った。解析手法は一般的な異方性材料に対する基本解を用いた境界要素法である。解析例として、円筒形空洞による平面波の散乱問題を解析し、異方性が散乱特性に及ぼす影響について検討した。

2.解析法

均質、異方、線形な無限弾性体Dにおける (x_1, x_2) 面内での空洞 D^c による2次元散乱問題を考える。領域Dにおける変位 u_j が満足する方程式は

$$\{\Gamma_{ij}(\partial_1, \partial_2) - \rho \delta_{ij} \partial_t^2\} u_j(x, t) = 0, \quad x \in D \cdots (1)$$

である。ただし、

$$\Gamma_{ij}(\partial_1, \partial_2) = c_{iqj\beta} \partial_\alpha \partial_\beta \cdots (2)$$

であり、 i, j 等のローマ文字の指標は1, 2, 3の値を取り、 α, β などのギリシャ文字の指標は1, 2を取るものとする。入射波の初期条件として波が空洞に到達する以前は散乱波は存在しないから

$$u_{in}^{sc}(x, t) = 0 \quad \text{for } t < 0 \cdots (3)$$

また境界条件として境界 ∂D においては全表面力が0であるから、

$$t_i(x, t) = 0 \quad x \in \partial D \cdots (4)$$

となる。以上で示される問題を境界要素法により解く。

異方弾性体の基本解は等方性のような簡単な形では求まらないが、Wang and Achenbach[1]により基本解の表面力成分 h_{ij} は次のような形で求められている。

$$h_{ij}(x, t) = h_{ij}^S(x) f(t) + h_{in}^R(x, t) * f(t) \cdots (5)$$

h_{ij}^S と h_{in}^R は静的特異解と動的正則部を表し、具体的には以下のように書くことが出来る

$$h_{ij}^S(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial s_x} \text{Im} \sum_{m=1}^M \left\{ \frac{B_{ij}(\eta_m)}{\partial_\eta D(\eta_m)} \log(x_1 + \eta_m \cdot x_2) \right\} \cdots (6)$$

$$h_{ij}^R(x, t) = \frac{H(t)}{4\pi^2} \int_{|n|=1} \sum_{m=1}^M \frac{Q_{ij}^m(n)}{\rho c_m^3(n)} \log|c_m t + n \cdot x| dn \cdots (7)$$

ただし、 s_x は点 x での接線ベクトル、 $H(t)$ は単位ステップ、関数 $\eta_m, B_{ij}, Q_{ij}^m, D$ はそれぞれ弾性定数により決まる定数である。支配方程式(1)を満足し、初期条件(3)ならびに境界条件(4)を満たす波動場は次のように積分表現できる。

$$u_j^{in}(y, t) - \int_{\partial D} h_{ij}(x - y, t) * u_i(x, t) ds(x) = \begin{cases} u_j(y, t) & y \in D \\ 1/2 u_j(y, t) & y \in \partial D \cdots (8) \\ 0 & y \in D^c \end{cases}$$

(8,b)を数値的に解くために $u_i^{in}(x, t)$ を空間、時間に関する適当な形状関数 $\phi^n(x)$ 、 $\varphi^k(t)$ を用い整理すると

$$\sum_{n=1}^N \left[\frac{1}{2} \delta_{ij} \delta_{mn} + H_{ij}^S(n, m) + H_{ij}^R(n, m, K, K) \right] u_i^{nK} = u_j^{in} - \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N [H_{ij}^R(n, m, K, k) u_i^{nk}] \quad (m=1 \cdots N) \cdots (9)$$

となる。ただし、

$$H_{ij}^S(n, m) = \int_{\partial D} h_{ij}^S(x - y_m) \phi^n(x) dx \cdots (10) \quad H_{ij}^R(n, m, K, k) = \int_{\partial D} h_{ij}^R(x - y_m, t^K) * \varphi^k(t^K) \phi^n(x) dx \quad (11)$$

キーワード：異方弾性体、波動散乱、境界要素法、数値シミュレーション、超音波非破壊試験

連絡先：〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1、(TEL：03-5734-2692)

(9)は u_i^{nK} を未知数とする連立方程式であり、 $K=1,2,\dots$ と順次解く事により各ステップの境界上の点の変位が分かる。また、(8,a)により任意の内点の変位も得ることが出来る。式(10),(11)において空間と時間の積分が必要であるが、(6),(7)から座標と時間は対数関数の項のみに含まれており(10),(11)は解析的に積分できる。最終的に数値積分を行うのは h_{ij}^R に含まれる単位円上 $|\mathbf{n}=1|$ 上の特異性のない積分のみとなる。

3、解析例

図1に示すような無限弾性体における半径 a の円筒形空洞による平面弾性波の散乱問題を考える。まず、等方弾性体の解析を行い、既存の境界要素法[2]との比較により、本解析法の精度の確認を行った。図2は、 $r=5a$ 、 $\theta=3\pi/2-\alpha$ における後方散乱波の径方向変位成分の時間変化を図示したものである。ただし、弾性体はポアソン比0.25の等方弾性体とし、入射波は周期 $C_T T/a=1$ (C_T は横波速度)の正弦波波形を持つ平面P波である。また、入射波の波面が空洞に最初に到達した時刻を $t=0$ としている。等方弾性体の場合には入射角 α によらず、円筒形空洞から等距離にある後方散乱波の波形は同じである。両解析法は良く一致しており、本解析法の精度が十分であることが確認された。次に、横等方性に対する解析を行った。弾性体の弾性定数は $C_{11}=C_{33}=160.7$, $C_{22}=13.92$, $C_{12}=C_{23}=6.44$, $C_{44}=C_{66}=3.5$, $C_{55}=(C_{33}-C_{13})/2=7.07$ (Gpa) とした。ただし、 C_{ij} はVoigt定数である。入射波は入射角 α 、周期 $\sqrt{C_{66}/\rho}T/a=1$ の正弦波波形を持つ平面擬縦波であるとした。図3は図2と同様、 $r=5a$ における後方散乱波の時間変化を様々な入射角 α に対して図示したものである。横等方性体における後方散乱波は、入射角 α が変化すると到達時刻ならびに波形が顕著に変化している。これは、異方弾性体においては波の方向によって波速が変化することや縦波でも波の進行方向と振動方向が必ずしも一致しないことに起因するものである。

4、結論

境界要素法を用いて異方弾性体における散乱問題を解析した。その結果、等方性材料とは全く異なる散乱特性を明らかにすることができた。今後データを蓄積し、異方性体の非破壊検査の精度の向上を図っていきたいと考える。

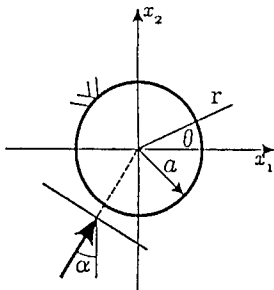


図1：円筒形空洞による平面波の散乱

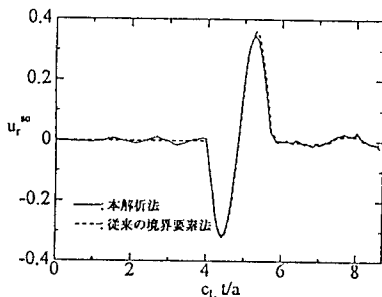


図2：等方弾性体の $r=5a$ における後方散乱波の時間変化

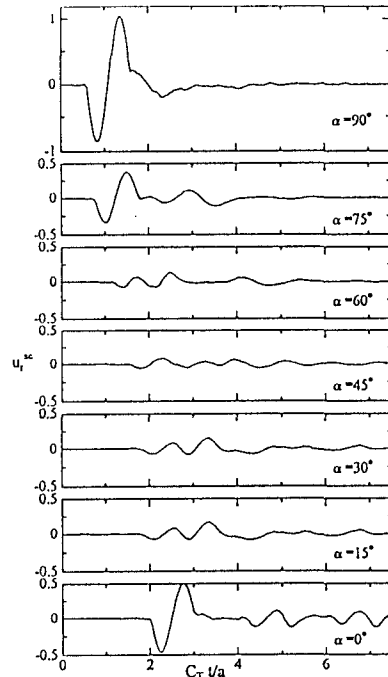


図3：異方弾性体の $r=5a$ における後方散乱波の時間変化

参考文献

- [1]C.-Y.Wang and J.D.Achenbach(1994)Elastodynamic fundamental solutions for anisotropic solids,Geophysical J.Int.118,384-392.
- [2]S.Hirose and M.Kitahara(1991)Timedomain BIE applied to flaw type recognition,Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation10A Plenum Press,75-82.