

I-A4 エントロピーを用いたネットワークの冗長性の評価

攻玉社工科短期大学 正会員 山本欣弥
武蔵工業大学 正会員 星谷 勝

1. はじめに

ネットワークシステムの安全性は、ノードとソースとのリンクによる連結確率(信頼性)によって評価される場合が多い。このとき、リンクの信頼性や数が同じであっても、ネットワーク構成が異なるとシステムの信頼性は同じにならない。それは、ネットワークシステムの複雑さ(冗長性)によるものである。情報エントロピー(以降、エントロピー)は、情報の大きさ、あいまいさや複雑さの度合いを表す。これに着目して、ネットワークシステムの冗長性をエントロピーにより定義し、数値計算例として簡単なネットワークモデルを用いた。

2. ネットワークの冗長性の評価

ネットワークシステムの、「非破壊(safe)」、「破壊(false)」の事象Aを(1)式で表す。

$$A = \begin{pmatrix} s_1, & \dots, & s_i, & \dots, & s_l & f_1, & \dots, & f_j, & \dots, & f_m \\ p(s_1), & \dots, & p(s_i), \dots, & p(s_l) & p(f_1), & \dots, & p(f_j), \dots, & p(f_m) \end{pmatrix} \quad (1)$$

ここで、 s_i は非破壊事象、 f_j は破壊事象を示し、 $p(\cdot)$ は、各事象の発生確率を示す。

このネットワークシステムの非破壊確率(信頼性) $P(S)$ と破壊確率 $P(F)$ は、(2)式および(3)式で表される。

$$P(S) = \sum_{i=1}^l p(s_i) \quad (2), \quad P(F) = \sum_{j=1}^m p(f_j) \quad (3) \quad \text{ここで、} P(S) + P(F) = 1$$

また、システム全体のエントロピー(事象Aのエントロピー) H は、(4)式で求められる。

$$H = H(\text{safe}) + H(\text{false}) \quad (4)$$

$$\text{ここで、} H(\text{safe}) = \sum_{i=1}^l H(s_i), \quad H(s_i) = -p(s_i) \log p(s_i), \quad H(\text{false}) = \sum_{j=1}^m H(f_j), \quad H(f_j) = -p(f_j) \log p(f_j)$$

ネットワークシステムを「非破壊(safe)」および「破壊(false)」の2事象のみとした場合(以降、サブシステム)のエントロピー H' は、(5)式で表され、全体のエントロピー H とは、 $H \geq H'$ という関係がある。

$$H' = H'(\text{safe}) + H'(\text{false}) \quad (5) \quad \text{ここで、} H'(\text{safe}) = -P(S) \log P(S), \quad H'(\text{false}) = -P(F) \log P(F)$$

サブシステムは、ネットワークを最も単純化したものであると考えることができる。現実のネットワークは、複数のリンクの組み合わせによりシステムの信頼性 $P(S)$ と $P(F)$ が決まる。信頼性が同じネットワークでエントロピーが異なるのは、システムの複雑さが異なるためである。このことから、サブシステムのエントロピー H' を基準としてネットワークシステムの複雑性(冗長性)を表すことができると考える。しかし、サブシステムのエントロピーを見ると、 $P(S)$ と $P(F)$ の値が入れ替わってもエントロピーは変化しない。このことから、*safe*と*false*の両方の事象によるエントロピーからは、システムの特徴を捉えることは困難であろう。そこで、*safe*と*false*の事象毎のエントロピーの比によってネットワークの冗長性を定義する((6)式および(7)式)。

$$\text{Redundancy}(\text{safe}) = \frac{H(\text{safe})}{H'(\text{safe})} \quad (6), \quad \text{Redundancy}(\text{false}) = \frac{H(\text{false})}{H'(\text{false})} \quad (7)$$

3. 数値計算例

図-1に、2本のリンクをそれぞれ並列と直列に配置したネットワークを示す。リンクの破壊確率は独立とする。並列システムは、リンクの破壊確率によりAとBの2つを考えた。並列システムAと直列システムは、ノードAB間の連結確率(信頼性)が等しくなるように、リンクの破壊確率(p_1, p_2, q_1, q_2)を調整した。並列システムBは、リンクの破壊確率を直列システムと等しくした。計算結果を表-1に示す。対数の底は2を用いた。

(キーワード) 信頼性, 安全性, 情報エントロピー, ネットワーク, 冗長性

(連絡先) 〒141-0031 東京都品川区西五反田5-14-2 TEL 03-3493-5671 FAX 03-3495-4071

並列システムは、2本のリンクが同時に破壊するとき「破壊(*false*)」となり ($F: E_1$)、その他の場合の事象($S: E_2$ から E_4)は「非破壊 (*safe*)」

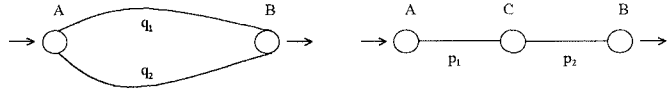


Figure 1 Parallel and Series Systems

となる。直列システムでは、2本のリンクのどちらかが破壊するとき「破壊(*false*)」となり ($F: E_1$ から E_3)、2本とも破壊しない場合 ($S: E_4$)のみ「非破壊 (*safe*)」となる。この結果から以下のことが読み取れる。(1) 信頼性 $P(S)$ は、並列システム A と直列システムでは 0.81、並列システム B は 0.99 である。システム全体のエントロピー H_s または H_p は、並列システム B と直列システムでは 0.938、並列システム A は 1.976 で、リンクの破壊確率が等しいシステムで等しくなる。サブシステムのエントロピー H'_s または H'_p は、並列システム A と直列システムでは 0.701、並列システム B は 0.0808 で、信頼性が等しいシステムで等しくなる。(2) *safe* と *false* の冗長性は、それぞれ、並列システム A では 6.178 と 1.0、並列システム B では 60.717 と 1.0、直列システムでは 1.0 と 1.519 となる。並列システムでは、破壊事象が E_1 のみのため *false* の冗長性は、1.0 となる。直列システムでは、非破壊事象が E_4 のみのため *safe* の冗長性は、1.0 となる。並列システムでは、信頼性の高い B の *safe* の冗長性が A より大きい。直列システムの *false* の冗長性は、破壊確率 $P(F)$ が低いいため小さくなっている。

Table 1 Reliability and Redundancy of Parallel and Series Systems

	parallel system A (q ₁ =0.436, q ₂ =0.436)			parallel system B (q ₁ =0.1, q ₂ =0.1)			series system (p ₁ =0.1, p ₂ =0.1)		
i	E _i	P(E _i)	H(E _i)	E _i	P(E _i)	H(E _i)	E _i	P(E _i)	H(E _i)
1	F: q ₁ q ₂	0.190	0.455	F: q ₁ q ₂	0.01	0.066	F: $\bar{p}_1 p_2$	0.09	0.313
2	S: q ₁ $\bar{q}_2$	0.246	0.498	S: q ₁ $\bar{q}_2$	0.09	0.313	F: p ₁ $\bar{p}_2$	0.09	0.313
3	S: $\bar{q}_1$ q ₂	0.246	0.498	S: $\bar{q}_1$ q ₂	0.09	0.313	F: p ₁ p ₂	0.01	0.066
4	S: $\bar{q}_1$ $\bar{q}_2$	0.318	0.526	S: $\bar{q}_1$ $\bar{q}_2$	0.81	0.246	S: $\bar{p}_1$ $\bar{p}_2$	0.81	0.246
$P(S) = \sum_{i=2}^4 P(E_i) = 0.81$ $P(F) = P(E_1) = 0.19$				$P(S) = \sum_{i=2}^4 P(E_i) = 0.99$ $P(F) = P(E_1) = 0.01$				$P(S) = P(E_4) = 0.81$ $P(F) = \sum_{i=1}^3 P(E_i) = 0.19$	
$H'_p = H'_p(safe) + H'_p(false) = 0.701$ $H'_p(safe) = -P(S) \log_2 P(S) = 0.246$ $H'_p(false) = -P(F) \log_2 P(F) = 0.455$				$H'_p = H'_p(safe) + H'_p(false) = 0.0808$ $H'_p(safe) = -P(S) \log_2 P(S) = 0.0143$ $H'_p(false) = -P(F) \log_2 P(F) = 0.0664$				$H'_s = H'_s(safe) + H'_s(false) = 0.701$ $H'_s(safe) = -P(S) \log_2 P(S) = 0.246$ $H'_s(false) = -P(F) \log_2 P(F) = 0.455$	
$H_p(safe) = \sum_{i=2}^4 H(E_i) = 1.521$ $H_p(false) = H(E_1) = 0.455$				$H_p(safe) = \sum_{i=2}^4 H(E_i) = 0.872$ $H_p(false) = H(E_1) = 0.0664$				$H_s(safe) = H(E_4) = 0.246$ $H_s(false) = \sum_{i=1}^3 H(E_i) = 0.692$	
$H_p = H_p(safe) + H_p(false) = 1.976$				$H_p = H_p(safe) + H_p(false) = 0.938$				$H_s = H_s(safe) + H_s(false) = 0.938$	
Redundancy(safe)=6.178 Redundancy(false)=1.0				Redundancy(safe)=60.717 Redundancy(false)=1.0				Redundancy(safe)=1.0 Redundancy(false)=1.519	

4. おわりに

ネットワークシステムの冗長性をエントロピーを用いて表し、単純なネットワークモデルによる数値計算を行った。ネットワークシステムの評価方法として、従来用いられている確率信頼性のほかにエントロピーも有効である可能性を示すことができたと考ええる。

最後に、本研究では、ネットワークの冗長性の定義について第一著者が提案し、両者で内容の協議を行った。

<参考文献> 1)Hoshiya, M. and Yamamoto, K., Role of Entropy in Safety Evaluation of Structural Systems, USA-China-Japan Workshop on Civil Infrastructure Systems, Shanghai, China, Nov., 1998 2)A.I. Khinchin, Mathematical Foundations of Information Theory, Dover Publications, Inc., New York, 1957 3)S. Kullback, Information Theory and Statistics, Dover Publications, Inc., New York, 1959 4)有本卓：現代情報理論，社団法人電子情報通信学会，1978年 5)堀淳一：エントロピーとは何か，ブルーバックス，(株)講談社，1985