

画像処理による材料の変形パターン同定

東北大学	学生員	○ 村上真也
東北大学	正員	斉木功
光洋精工(株)	正員	小熊規泰
東北大学	正員	池田清宏

1. まえがき

砂の円柱供試体に、シェルの代表的な座屈モードであるダイヤモンドパターンが発生した例が報告されている。また岩やクリスタル等にはエシェロンモード(雁行状の周期的な亀裂)が発生することが知られている。池田等はこれらのパターンの発生、変化を対称性の階層的崩壊による多段階分岐現象として捉え、群論的分岐理論¹⁾によりその基礎メカニズムを解明している。

本研究では、金属材料の表面に発生した塑性縞の写真を分岐解析し、ストライプパターンから2次分岐してエシェロンモードが発生するという、池田等の理論¹⁾²⁾の妥当性を検証する。

2. 分岐理論の概要

上下左右端に周期的な境界を持つと仮定することで、無限に滑らかにつながる $L_x \times L_y$ 長方形領域を設定する。水木はこの領域に起こる変形パターンのメカニズムについて、群論的分岐理論に基づき、群対称性と Fourier 級数項により説明している。

a) 主経路(自明解)からの分岐解

主経路上の4重分岐点からは、以下に示す2種類の変形パターンに相当する分岐解が枝分かれする。

ダイヤモンドパターン (DI $_{n\tilde{n}}$)

$$w = A_{n\tilde{n}} \cos\left(\frac{2\pi nx}{L_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi \tilde{n}y}{L_y}\right) \quad (1)$$

$$w = B_{n\tilde{n}} \sin\left(\frac{2\pi nx}{L_x}\right) \sin\left(\frac{2\pi \tilde{n}y}{L_y}\right) \quad (2)$$

ストライプパターン (OB $_{n\tilde{n}}^{\pm}$)

$$w = A_{n\tilde{n}} \cos 2\pi \left(n \frac{x}{L_x} \pm \tilde{n} \frac{y}{L_y} \right) \quad (3)$$

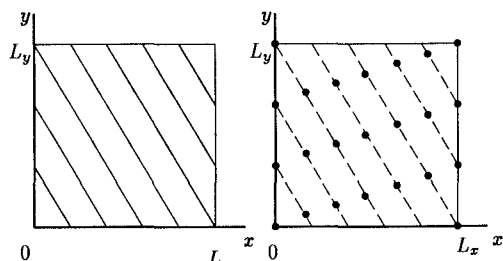
図-1(a)に示す等間隔な平行縞のパターンがストライプパターンであり、群 OB $_{5,3}^+$ で表記できる。

b) ストライプパターン OB $_{n\tilde{n}}^{\pm}$ 不変経路からの分岐解

上記の OB $_{n\tilde{n}}^{\pm}$ 不変経路から、さらに以下の2種類のパターンに分岐する。

ストライプパターン (OB $_{m\tilde{m}}^{\pm}$)

$$w = \sum A_{m\tilde{m}} \cos 2\pi \left(m \frac{x}{L_x} \pm \tilde{m} \frac{y}{L_y} \right) \quad (4)$$



(a) ストライプパターン (b) エシェロンモード

図-1 $C_{oo v} \times \tilde{C}_{oo v}$ 同変な系の代表的な分岐モードの模式図

ここで $m, \tilde{m}$ は $n/m = \tilde{n}/\tilde{m} \geq 2$ を満たす整数である。

エシェロンモード (EC $_{n\tilde{n}kl}^{\pm}$)

$$w = \sum A_{m\tilde{m}} \cos 2\pi \left(m \frac{x}{L_x} \pm \tilde{m} \frac{y}{L_y} \right) \quad (5)$$

図-1(b)に示す、不動点(黒丸)が規則的に並んだモードがエシェロンモードである。ストライプパターンからこのモードが分岐するときに発生する波は、

$$\frac{m\tilde{n} \mp \tilde{m}n}{d} = jk, \quad j = 1, 2, \dots \quad (6)$$

を満たす整数 $m, \tilde{m}$ を波数とするものである。ここで、 d は n と $\tilde{n}$ の最大公約数であり、 k は $kd =$ 黒丸の数、 l は $0 \leq l \leq d-1$ を満足する整数である。

例えば、図-1(b)に示したエシェロンモードは群 EC $_{5,3,18,0}^+$ と記述することができ、図-1(a)のストライプパターン OB $_{5,3}^+$ 不変な経路上の2重分岐点から分岐したものと考える。

3. 画像解析

本研究で解析に用いた画像を写真-1に示す。これは、ボールベアリング試験により内部に組織変化を発生させたスチールを切断、研磨して偏光顕微鏡により観察したものである。この一部をスキャナーで読み込み(図-2(a))、取り込んだ画像の色の濃淡により与えられる面外方向の物理量 $w(x, y)$ を得る。この $w(x, y)$ を2重 Fourier 級数表示し写真が持つ卓越した波を知ること、第2章の理論に基づきそれらの波が発生する順番を以下のように推定した。

(1) ストライプパターンの発生

得られた Fourier 級数項のうち、 $\cos(3x - y)$ の項が最も卓越していたため、まず最初に、主経路から群 OB $_{31}^-$ で表さ

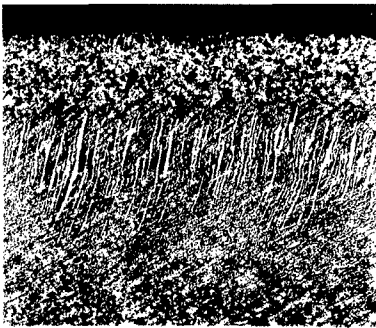
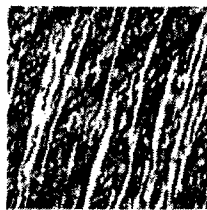


写真-1 スチール表面の組織変形



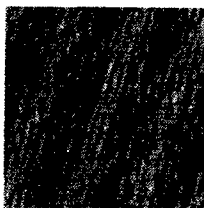
(a) 入力データ



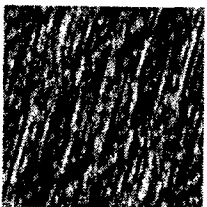
(b) 主経路 + OB_{31}^{-}



(c) (b) + $(k=5)$



(d) (b) + $(k=5i)$



(e) (b) + $(k=i)$

図-2 画像展開

れる対称性を持つ経路が1次分岐したと推定する。

(2) ストライプパターンのモードインタラクション

上記の $(n, \bar{n}) = (3, 1)$ 波の整数倍の波数 $(n, \bar{n}) = (6, 2) = (9, 3) \dots$ を持った波も OB_{31}^{-} と同様の対称性を持つので、モードインタラクションの結果これらの波も発生し、図-2(b)の変形パターンが発生したと推定する。

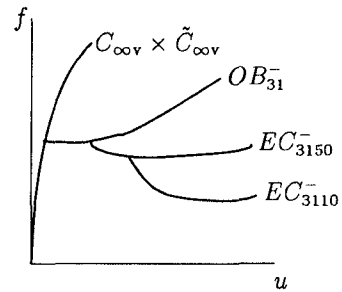


図-3 本研究の分岐模式図

(3) エシェロンモードの発生

2次分岐経路として $OB_{m, \bar{m}}^{-}$ と $EC_{n, \bar{n}, k, l}^{-}$ が考えられるが、1次分岐解は OB_{31}^{-} 不変性を持っているのでエシェロンモード $EC_{n, \bar{n}, k, l}^{-}$ の対称性を持った分岐解が枝分かれしたと推定できる。

この2次分岐時に発生する波を推定する。ストライプパターンで用いなかった Fourier 級数項のうち最も大きいものは $(m, \bar{m}) = (23, 6)$ であり、この波は $k=5$ に相当するので、2次分岐点で $EC_{3, 1, 5, 0}^{-}$ 不変な経路が分岐したものと推定する。図-2(c)を見ると、白く卓越している部分が5箇所あることが見て取れる。これは、 $k=5$ に相当する波が発生したことを裏付けている。

(4) エシェロンモードのモードインタラクション

$k=5$ に相当する波が発生した後、モードインタラクションによって、 $k=10, 15, \dots$ に相当する波が発生したと考えられ、図-2(d)の様にパターンが現れる。

(5) モードインタラクションからの分岐

モードインタラクションからの3次分岐により発生する波は、5との最大公約数を1にする $k=1, 2, 3, 4, 6, \dots$ に相当する波であり、すなわち、この段階ですべての k の波が現れたと推定する（図-2(e））。

以上、この材料が通ってきたと考えられる分岐経路を、群記号により模式図-3にまとめた。図中の群 $C_{\infty v} \times \tilde{C}_{\infty v}$ は、主経路に相当する。

4. 結論

本研究では、主経路から始まり、多段階の分岐を経て対称性を失い、その度に自らの波形を崩れ乱れながら進んでいくとされている変形の遷移過程を、客観的に推定し画像として再現することができた。これは冒頭で示した池田等の理論の妥当性を裏付けるものであり、今後、進行性破壊のメカニズムを解明するうえで大きな役割を担うものである。

参考文献

- 1) 池田清宏, 中沢正利, 水木麻雄: 周期境界を持つ長方形領域の分岐パターン解析, 構造工学論文集, Vol. 44A, 1998.
- 2) Ikeda, K. Murota, K. and Nakano, M.: Echelon modes in uniform materials. *Int. J. Solids Structures* 31, 2709-2733, 1994.