

東海大学大学院 学生会員 戸田哲哉

東海大学大学院 サクン ホワノタヤン

東海大学 正会員 島崎洋治

1. はじめに

非定常の流れ解析をするために、マーカー粒子を使った方法がある。これは流体の速度に応じてマーカー粒子を移動させて自由表面位置を決定しようとするものである。また、流体内部にマーカーを配置することで流動現象を可視化することもできる。Shimazaki 他^[1]は、非定常クリープ流れの流動現象を表現するためにマーカー粒子を導入した。この研究では、マーカー粒子の移動を特定するために、6 節点三角形アイソパラメトリック要素を使用し、三角形面積座標を利用している。しかし、マーカーを手際よく動かすために、メッシュとマーカーの配置に特別な配慮を必要とする。

本研究では、ベクトルの外積を使ってマーカー粒子の移動を特定する簡単な方法を示す。射出成形時の軸対称流問題を解き、この方法の有効性を確かめる。

2. ベクトルの外積を使ったマーカー法

マーカーの移動を特定するために、マーカーの座標およびマーカーが属する要素の情報が必要である。これらの初期情報（時刻 $t = 0.0$ ）は、有限要素メッシュ生成の際に求める^[1]。説明のため、図 1 (a) に有限要素メッシュの例を示し、図 1 (b) に要素 I を取り囲む 12 個の要素を示す。MKI(i,12) はこれら 12 個の要素を格納するための配列であり、メッシュを生成する際にこの配列も求めておく。この配列は、6 節点三角形アイソパラメトリック要素を利用することで容易に得ることができる。図中の MKI*i* は MKI(i,i) を省略したものである。図 2 (a) は三角形要素 I の 3 つの辺に沿って定義したベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を示してあり、図中の NP(i,j) は節点の接続情報を格納してある配列である。図 2 (b) は、三角形要素の 3 つの頂点と時刻 $t + \Delta t$ のマーカーの位置を結ぶベクトル $\vec{a}', \vec{b}', \vec{c}'$ を示してある。時刻 t にマーカーが要素 I にあるとすると、 Δt 後のこの粒子の移動範囲は MKI*i* と I を含めた 13 個の要素のどれかになるはずである。図 3 にはマーカー粒子の移動を特定するベクトルの外積の一例を示してあり、 $\vec{a} \times \vec{a}'$ だけがマイナスの符号を有する。この場合、時刻 $t + \Delta t$ でのマーカー粒子の位置は $\vec{a}$ の右側にあると特定できる。

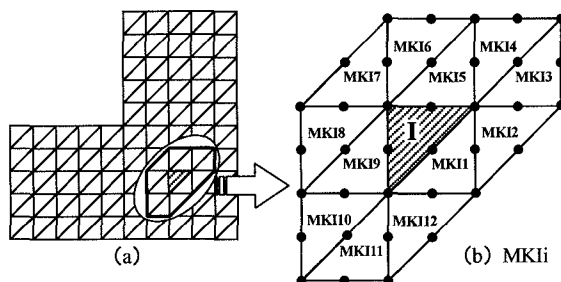


図 1. 要素 I を取り囲む 12 個の要素

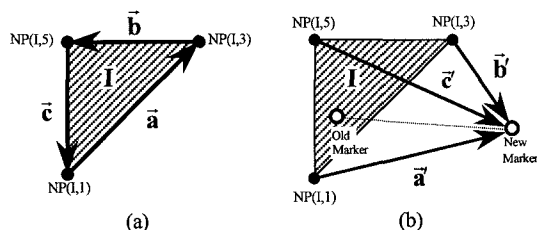


図 2. 基準ベクトル

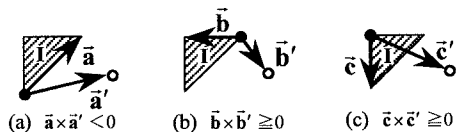


図 3. ベクトルの外積計算例

ベクトルの外積を使ってマーカー粒子の移動を特定する方法を表 1 に示す。 $\vec{a} \times \vec{a}' (=A)$, $\vec{b} \times \vec{b}' (=B)$, $\vec{c} \times \vec{c}' (=C)$ 3 つの符号すべてがマイナスになることはないので、マーカーの位置を決定する A, B, C の符号の組み合わせは全部で 7 通りあり

キーワード：ベクトルの外積，マーカー粒子，有限要素法，クリープ流れ

連絡先：〒259-1207 神奈川県平塚市北金目1117 東海大学土木工学科

TEL 0463 (58) 1211 FAX 0463 (50) 2045

る。表1上段では、**A, B, C** の符号の判定だけでマーカーの移動を特定できる4つの要素（①，③，⑤，⑦）と3つの部分（②，④，⑥）を示してある。②，④，⑥は、**A, B, C** の符号の判定だけではマーカーの移動した要素を特定できず、表1下段に示すようなベクトルの外積 **A_i, B_i, C_i** の新しい符号の組み合わせを導入することが必要となる。図4に、 $\vec{a}_i, \vec{b}_i, \vec{c}_i$ の新しいベクトルの説明を図示した。

	①	②			③	④			⑤	⑥			⑦
	I	MKI12	MKI11	MKI12	MKI13	MKI14	MKI15	MKI16	MKI17	MKI18	MKI19	MKI110	MKI111
A	≥ 0		< 0		< 0		≥ 0		≥ 0		≥ 0		< 0
B	≥ 0		≥ 0		< 0		< 0		< 0		≥ 0		≥ 0
C	≥ 0		≥ 0		≥ 0		≥ 0		< 0		< 0		< 0

A _i	< 0	≥ 0	≥ 0	A ₅	≥ 0	≥ 0	≥ 0	A ₉	≥ 0	≥ 0	< 0
B _i	≥ 0	≥ 0	< 0	B ₅	≥ 0	≥ 0	≥ 0	B ₉	≥ 0	≥ 0	≥ 0
C _i	≥ 0	≥ 0	≥ 0	C ₅	≥ 0	≥ 0	< 0	C ₉	< 0	≥ 0	≥ 0

(* $\vec{a}_i \times \vec{a}'_i = A_i$, $\vec{b}_i \times \vec{b}'_i = B_i$, $\vec{c}_i \times \vec{c}'_i = C_i$, 添え字の i は MKI*i* と同様)

表1. ベクトルの外積による判定

3. 射出成形

提案した方法の有効性を検証するために、図5に示す射出成形時の軸対称流問題を解析した。尚、解析は軸対称部分の右半部について行った。解析領域は400個の6節点三角形アイソパラメトリック要素と891節点から構成され、領域内に400個のマーカーを配置した。流体は底部境界を通過して型枠内を流れる。底部境界での流速は $u_z = 1 - 4r^2$ とした。時刻 $t=0.0$ のマーカー粒子の位置は図6(a)に示すように仮定した。材料特性は、簡単のため $\mu=1$, $\rho=1$ とし、 $\Delta t=0.01$ および $\theta=0.5$ (Crank-Nicolson 法) とした。図6に型枠内を充填する流体の進行状態を示した。

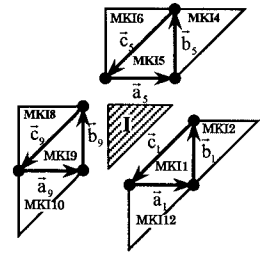


図4. $\vec{a}_i, \vec{b}_i, \vec{c}_i$

4. 結論

非定常・非圧縮性クリープ流れの流体流動を可視化するためにベクトルの外積を使ったマーカー法を提案した。この方法は、三角形面積座標を使用する方法のようにメッシュとマーカーの配置に配慮することなく、簡単にマーカーの移動を追跡することができる。ここでは射出成形時の軸対称流問題の解析により、ベクトルの外積によるマーカー粒子FEMの有効性を示した。

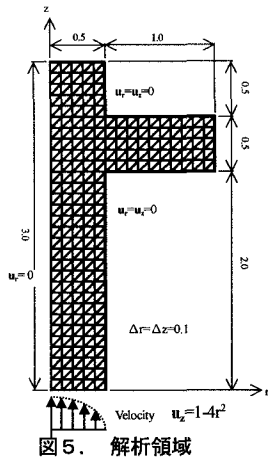


図5. 解析領域

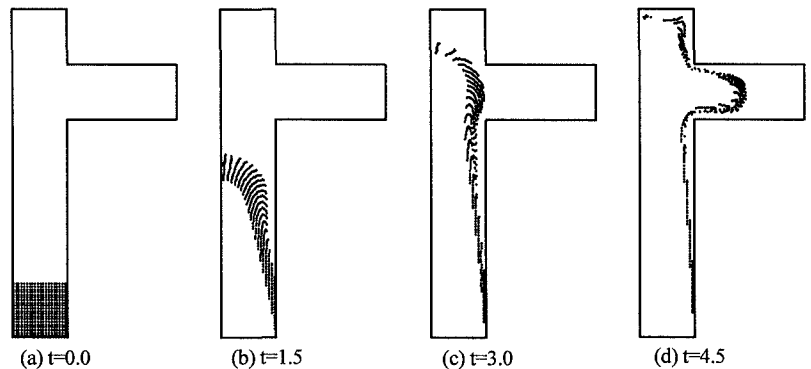


図6. 解析結果

参考文献：[1] Shimazaki, Y., Visualization of flows by FEM using six-node triangular element, Int. J. Numer. Methodsb Fluids, vol.21, 973-979, 1995.

[2] Zienkiewicz O.C., The finite element method, 3rd.edn, McGraw-Hill, New York, 1977.