土木学会第53回年次学術講演会（平成10年10月）

CS-203

自律分散有限要素法による物性値同定手法について

(株)フジタ　正会員　○角　広幸，本間　俊雄
日本大学　登坂　宣好

1.　はじめに

工学の分野では観測可能な部分で得られた限られた数の測定値を補助情報として、観測不可能な部分の形状や物性値を推定するという問題を解決しなければならないことがしばしば生じる。この種の逆問題に対して有限要素法，境界要素法といった従来の順解析で用いられる解法を応用したアプローチが盛んに行われている [1,2]。最近、これらの方法論と性格を異にする生物の形態形成にならった生命論的アプローチにより逆解析を行った報告がなされている。この考え方は、システムを構成する近傍がある情報をもとに与えられた条件下でその状態を変化させながらシステム全体の最適化を追跡する内容である。本報告では、この生命論的アプローチを用いた物性値同定問題について記述する。物性値同定例として 2 次元熱伝導場を対象とした熱伝導率同定問題を考える。逆解析の基本となる計算は緩和法系の解法を応用した反復計算の利用による有限要素法(自律分散有限要素法)である [3]。基本的な考え方は節点近傍の要素を最小単位と捉え、ローカル・ルールやメタ・ルールを導入することで各近傍が相互に作用し合い系全体を構築する方法論である。ここでは、観測点の温度データとそれを囲む環境に応じて熱伝導率が変化するローカル・ルールの設定により等方性熱伝導率同定解析を示す。

2.　自律分散有限要素法

解法の手順は図 1 に示すフローの通りである [3]。有限要素法における任意の節点 i を対象とし、この節点に関する要素で構成される近傍を最小単位に考えてシステム行列 $_i\boldsymbol{K}$ を構成する。対象節点以外の近傍境界節点に拘束条件を導入すると行列 $_i\boldsymbol{K}$ が縮約され、i 節点の物理量(温度)が直ちに求まる。この求まった物理量を用いることによって拘束に対する近傍境界への影響量を求める。i 節点が隣接節点に移動したとき、通常の熱流と同時に i 節点で計算した影響量を新 i 節点に作用させる。このプロセスを全節点に対して行い、各節点の物理量がある一定値に収束するまで反復計算を行う。系全体の境界条件や環境条件は関係する節点の処理を行う度に導入する。

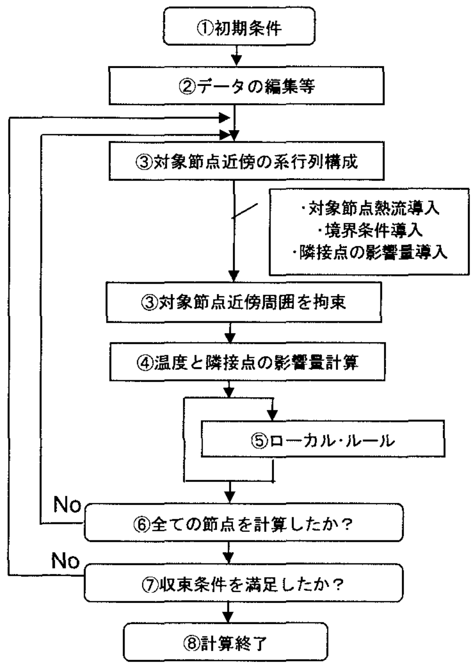

図 1 解析フロー

3.　熱伝導率同定問題

図 2 に示す定常状態の解析モデルに対し、固体表層位置における観測節点の温度データ(S1～S3)から熱伝導率を同定する問題を想定する [4]。境界 Γ_{q1} には 5mW/cm の外向きの熱流束があり、境界 Γ_{q2} は断熱とする。境界 Γ_T は 0℃に保たれている。図中ハッチング部には熱源が存在し、熱量 1000mW/cm^2 が供給される。なお、用いた支配方程式は定常熱伝導方程式である。

4.　ローカル・ルール

解析モデルの観測点 S1～S3 における温度データが得られたとき、これを既知温度として導入し、適当な熱伝導率を設定して順解析を行うと未知温度は一定値に収束するものの観測点では不釣合な熱流が生じる。しかし、システム行列 $_i\boldsymbol{K}$ に含まれる熱伝導率を適当に変化させると観測点の不釣合熱流が解消される状態が必ず存在する。そこで、観測点の近傍計算を行う度に $_s\boldsymbol{K}$ を変化させるローカル・ルールを次式で与える。

$$_s\boldsymbol{K}^{(k+1)} = {_s\boldsymbol{K}^{(k)}} + \Delta_s\boldsymbol{K}^{(k)} \quad (1)$$

ここで $_s\boldsymbol{K}^{(k)} = \lambda^{(k)} a$ ，$\Delta_s\boldsymbol{K}^{(k)} = \alpha\left(\dfrac{\boldsymbol{F}_s - \overline{\boldsymbol{F}}_s}{\boldsymbol{T}_s}\right)$

熱伝導率，同定問題，生命論的アプローチ，自律分散，ローカル・ルール
〒224-0027 横浜市都筑区大棚 74　TEL 045-591-3911　FAX045-591-3923　sumi@fujita.co.jp

aは形状関数により定まる定数，T_sは観測点の温度，F_sは観測点の初期条件による熱流，$\overline{F}_s$は観測点の計算された熱流を表す。ここでkは熱伝導率の変化回数を表し、これを世代数と呼び反復回数と区別する。なお、反復回数は節点近傍計算が系全体にわたって行われた回数を表す。αは緩和係数である。式(1)より次世代の熱伝導率を次のように設定する。

$$\lambda^{(k+1)} = \frac{{}_s\boldsymbol{K}^{(k+1)}}{a} \tag{2}$$

この手順を熱伝導率が一定値に収束するまで繰返す。

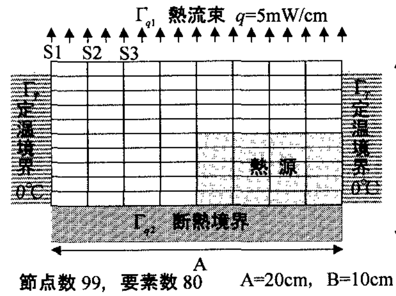

図 2 解析モデル

5. 解析例

図 2 に示したモデルの解析例を示す。要素は双 1 次四角形要素を用いた。取り出す節点位置は、熱源の中心位置からはじめ同心円上に進める。収束判定は不釣合熱流の相対誤差$<10^{-8}$とした。なお、反復計算中の解の発散を防ぐため補助パラメータとして熱伝導率の上限値 10000mW/(cm･K)を設定している。表 1 に観測点 S1〜S3 における 3 点の温度データを示す。観測温度データは、λ=1000mW/(cm･K)とした場合の順解析結果である。

表 1 観測点の温度データ

観測点	S1	S2	S3
温度	0.6588	2.8883	5.7207

表 2 は熱伝導率の同定結果である。図 3 に推定された熱伝導率－世代数の関係を示す。熱伝導率の初期値により反復回数に大きな差は見られないが、同定値に至るまでの変動は大きく異なる。初期値が小さい場合は変動が大きく、同定値に近い値の場合には小さな変動で最適解に近づいていく。また、type-A で補助パラメータを与えない場合には解が発散してしまう。

表 2　等方性熱伝導率同定結果

Type	初期値	世代数	反復回数	同定値
A	1.0	3768	1256	999.992
B	100.0	3168	1056	999.992

図 3 に反復回数 100，図 4 に反復回数 1256 における Type-A の不釣合熱流の状態を示す。反復回数 100 においては場の状態が不安定であることが分かる。特に、観測点における不釣合熱流が極端に大きいことが特徴的である。しかし、最終的には反復計算による熱の伝達とローカル･ルールによる熱伝導率の最適化によって定温境界以外の不釣合い熱流が解消されたことが分かる。

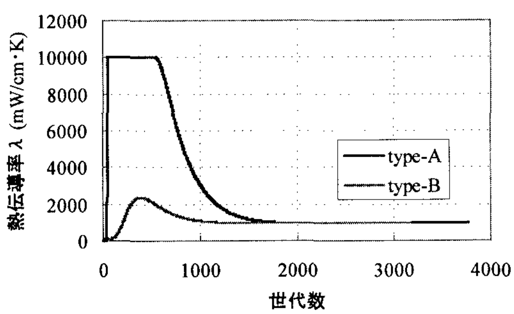

図 3 熱伝導率の変動

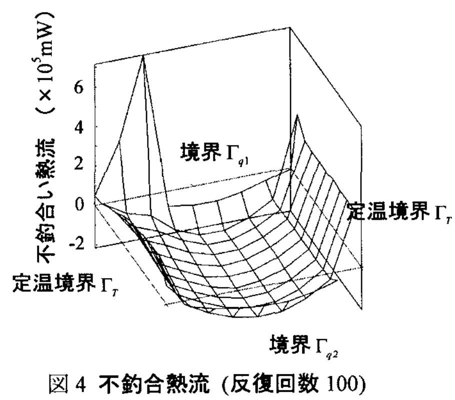

図 4 不釣合熱流（反復回数 100）

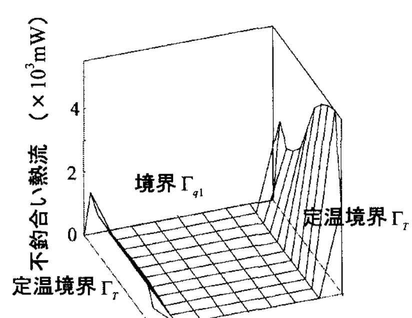

図 5 不釣合熱流（反復回数 1256）

6. まとめ

本報告では、固体表層における温度データと周囲環境に対して熱伝導率が変化する単純なローカル･ルールを設定して数値計算を行い、自律分散有限要素法が等方性の物性値同定問題に容易に適用可能であることを示した。

【参考文献】

［1］日本機械学会編:逆問題のコンピュータアナリシス,コロナ社,1991 年

［2］矢川元基,登坂宣好編:計算力学から計算工学へ,機械の研究，第 49 巻第 1 号,1997,p71-73

［3］本間俊雄,登坂宣好:反復計算法による構造物の形態解析と最適化,日本建築学会構造系論文集,第 502 号

［4］村瀬治比古,小山修平,石田良平:パソコンによる計算力学「順・逆解析入門」,森北出版,1990 年,p.76-127