

(株)ダイヤコンサルタント 正会員 工藤 暢章
岐阜大学 工学部 正会員 本城 勇介

1. はじめに

逆解析を行うにあたり、一般に予測モデル式が複雑になり、推定しようとするパラメータ数が多い程、必要とされる観測データの情報は多くなる。つまり、精度の高い、多くのデータを必要とする。しかし、この関係を見れば、情報の乏しい観測データに対し多くのパラメータを推定しようすると、観測データの不適切性のため、推定パラメータ間の著しく高い相関性により非常に信頼性の低い結果を得ることになる。また、まれではあるが、情報の豊富なデータに対して、僅かなパラメータ数を推定することは、せっかくの観測データを十分に生かし切れていない。

ここで不適切性とは、逆解析において解が不安定(存在や唯一性が疑わしい)となり、データの少しの変動に対し解が著しく変化する状態をいう。これは、統計学という重共線性と同義である。

観測データの不適切性に対する解決策の一つとして、本研究では先験情報を用いるベイズ法を応用した拡張ベイズ法を用いた。また、適切なモデル選択法として、赤池(1989)によって相対エントロピー情報量規準にもとづき考案された赤池ベイズ情報量規準(ABIC)を用いた。本研究では、これらを軟弱盛土地盤の諸定数を求める逆解析に適用し、その有用性を示した。

2. 拡張ベイズ法と相対エントロピーによる情報量規準

観測データ(客観的情報)のみを用いる最尤法に、過去の実験情報(主観的情報)を与え、これによって得られるベイズ尤度を最大化させる方法をベイズ法という。これを満足させる目的関数は下式となる。

$$J(\theta) = (y - X\theta)^T V_e^{-1} (y - X\theta) + \lambda^2 (\theta - \theta^*)^T V_\theta^{-1} (\theta - \theta^*) \dots\dots\dots (1)$$

ここに

y :観測値 X :感度行列 θ :推定されるパラメータ θ^* :推定されるパラメータに関する事前平均値
 V_e :観測値に対する分散行列 V_θ :事前平均値に対する分散行列 λ^2 :事前情報に対する重み

このとき λ^2 が任意のスカラー-或いはベクトルのとき、これを拡張ベイズ法という(ベイズ法では $\lambda^2 = 1$)。

式(1)からもわかるように、 λ^2 が大きくなり過ぎると観測データが無視されてしまい、 λ^2 が小さくなると観測情報のみによる最尤法に近づく。このため、両者を上手く適合させる規準が必要となる。本研究では、この規準として相対エントロピーに基づく ABIC(Akaike Bayesian Information Criterion)を導入する。

$$\begin{aligned} \text{ABIC} &= -2 \times (\text{最大ベイズ対数尤度}) + 2 \times (\text{超パラメータ数}) \\ &= NK \ln(J(\hat{\theta})) + \ln |\lambda^2 V_\theta^{-1}| - \ln \left[\Sigma_{k=1}^K (X^k)^T V_e^{-1} (X^k) + \lambda^2 V_\theta^{-1} \right] + \text{const.} \\ &= \text{ABIC1} + \text{ABIC2} + \text{ABIC3} \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} \text{ABIC1} &= NK \ln(J(\hat{\theta})) & \text{ABIC2} &= \ln |\lambda^2 V_\theta^{-1}| & \text{ABIC3} &= -\ln \left[\Sigma_{k=1}^K (X^k)^T V_e^{-1} (X^k) + \lambda^2 V_\theta^{-1} \right] \\ \lambda^2 &:\text{事前情報に対する重み(スカラー)} & N &:\text{観測点数} & K &:\text{サンプリング実施回数} \\ J(\hat{\theta}) &:\text{最適値での重み付き残差ノルム 式(1)} & V_e &:\text{観測値の分散行列}(N \times N \text{ 対角行列}) \\ V_\theta &:\text{事前情報平均値の分散行列}(M \times M \text{ 対角行列}) \\ X^k &:\text{サンプル段階 } k \text{ での最適値についての感度行列} & \frac{\partial h}{\partial \theta^T} \Big|_{\theta=\hat{\theta}} &:(N \times M \text{ 行列}) \end{aligned}$$

3. 解析例

山形自動車道の建設工事にあたり行なわれた一連の盛土載荷試験の結果から本解析の対象を選択した。1992年に山形自動車道の酒田インターチェンジの近くに施工された試験盛土(STA326+60m地点)が対象である。盛土速度は10cm/day、継続期間200日である。以後この対象盛土をTF3(10cm/day)と呼ぶことにする(太田ら, 1997)。

観測データは、表層沈下量、スライディングデフォーメータによる層別沈下量、間隙水圧である。観測期間は、1992年12月から1994年3月の約1年4ヶ月にわたり行ったものである。

(1) 解析条件

TF3(10cm/day)での柱状図とそれに対応して作成されたFEMメッシュ図を図-1に示す。FEMメッシュの境界条件は、両端水平拘束、底端固定、地盤中心軸非排水、他端排水、上端と底端排水とした。また、構成式として、Duncan and Changの双曲線モデルを用いている。観測位置は、同図中、表層沈下量測定位置を○、層別沈下量測定位置を△、間隙水圧測定位置を□で示しており、それぞれ、6点、32点、8点の計46点配置している。各観測項目の標準偏差を表-1のように設定した。

推定するパラメータは、図-1に示す中のLayer1, 2, 3, 6の粘土層で(以後、第1, 2, 3, 4層と呼ぶ)、各層の初期ヤング率 E_i 、透水係数 k_i と、第1~3層の内部摩擦角 ϕ_i 、及び、第4層の粘着力 c_i 、計12個である。事前情報として、太田ら(太田ら, 1997)が柱状図、及び、土質試験データをもとに選定した、地盤定数を参考に表-2のようにした。なおLayer3, 5は砂層であるが、意

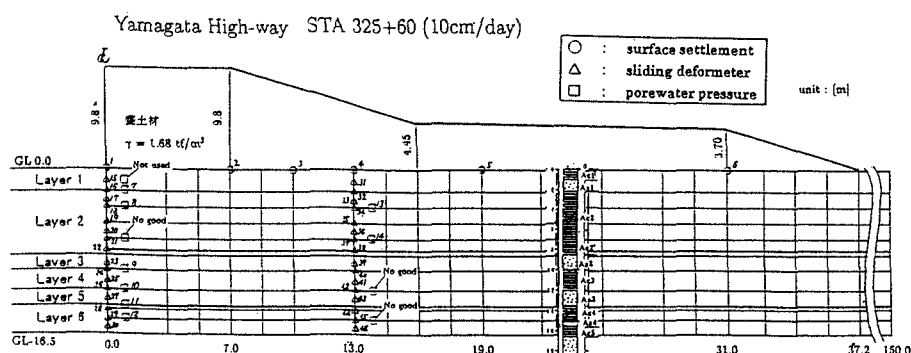


図-1 地盤柱状図と FEM メッシュ図

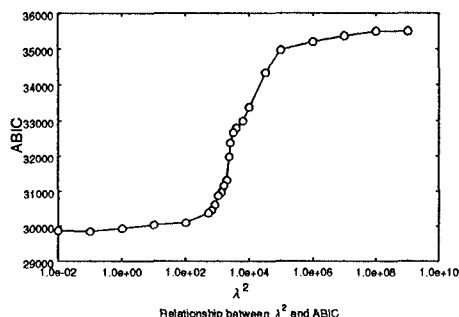
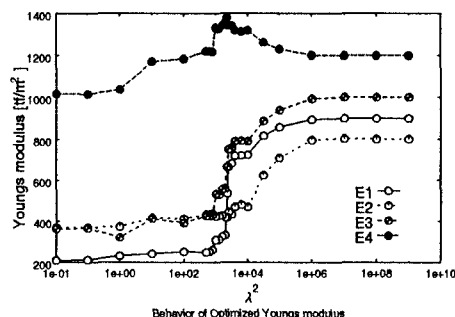
表-1 観測値の標準偏差

Observed item	Standard deviation
Surface Settlement	5mm
Layer Settlement	20mm
Porewater pressure	100mm

表-2 事前情報

Layer	E_i [tf/m ²]	k [m/day]	ν	c [tf/m ²]	ϕ [°]
1	900*	0.864*	0.333	0	27*
2	800*	6.5e-5*	0.300	0	35*
3**	1600	0.864	0.333	1000	40
4	1000*	6.5e-5*	0.330	0	31*
5**	1900	0.864	0.333	1000	40
6	1200*	6.5e-5*	0.320	8.0*	0

*: to be optimized ** : sand has given large c and ϕ to be behaved as linear


図-2 事前情報への重み λ^2 と ABIC の関係

図-3 事前情報への重み λ^2 と初期ヤング率の関係

図的に大きな、内部摩擦角、粘着力を与え、弾性体の挙動をとるようにした。また初期ヤング率 E_i は通常用いられるヤング率より高い値となることに注意されたい。

最適化にあたって、 λ^2 の大きい側から計算をはじめ、各パラメータの初期値はまず事前平均値とし、以降、各 λ^2 値のケースで得られた推定パラメータ値を次ケースの初期値とした。 λ^2 値は全推定パラメータに対して同一とした。事前平均値の分散は変動係数を 20% として与えた。

(2) 結果と考察

図-2 に事前情報に対する重み、 λ^2 と ABIC の関係を示す。 $\lambda^2 = 10^{-1}$ の時 ABIC の最小値 $ABIC = 29845$ を得た。よってこのモデルを本解析における最適モデルとした。グラフの特徴を見ると、 λ^2 が小さくなるにつれ、ABIC は、一様に減少してゆくが、 $\lambda^2 = 10^{-4}$ 付近で ABIC が大きく変化している傾向が見られる。この付近から、最適化の過程で目的関数が発散しやすく、 λ^2 の減少幅を小さくした。この現象は、 λ^2 の減少により事前情報による目的関数の安定化が弱まり、急激に不安定になってゆく様子を示している。

図-3 に推定初期ヤング率の変化を示す。最適モデルでの第 1 層～第 4 層の初期ヤング率はそれぞれ 210, 370, 370, 1020 tf/m² であった。各々推定された初期ヤング率の変化を見ると、 λ^2 が小さくなって事前情報の拘束が弱くなるにつれ一様に小さくなっている。とくに第 1 層～第 3 層の変化が著しい。また ABIC が大きく変化した $\lambda^2 = 10^{-4}$ 付近では推定パラメータの変化も大きい。その他の推定パラメータの変化および最適モデルでの予測については、講演時にゆずる。

参考文献

- 1) 赤池弘次 (1989). 事前分布の選択と応用, ベイズ統計学とその応用, 東京大学出版会, pp81-98. 鈴木雪夫, 国友直人 編
- 2) 太田秀樹, 石川勇, 菅井一嘉, 飯塚敦 (1997). 軟弱地盤上に施工された高速道路試験盛土による変形とそのシュミレーション, 地盤工学における逆解析の適用と施工管理に関するシンポジウム発表論文集, 地盤工学会, pp123-132