

岐阜大学 工学部 正員 本城 勇介
 (株)ダイアコンサルタント 正員 工藤 暢章

1. はじめに

本研究は、地盤工学の設計や施工でやりとりされる情報というものをいふふんなりとも定量的に表現し、それらの取得や伝達について考察したものである。情報量の定量的な表現としては、シャノンにより定義された情報エントロピー(以下では、ただ「エントロピー」と呼ぶ)を用いた。すなわち本研究では、問題を観測された結果の逆解析と、これに基づいた予測として定式化し、この関係を情報という観点からモデル化し、最終的には必要な情報を制約の中で最大限度得ることの出来る、最適な観測計画を求めることを試みている。さらに、簡単な計算例を加え、説明の一助とした。

2. エントロピーと相互情報量

(1) エントロピー

今ある確率事象の全事象を A 、その個々の事象を a_i 、それぞれの事象の生起する確率を p_i とする。事象 a_i が確実に生じると告げる情報の情報量 $I(a_i)$ は、

$$I(a_i) = \log \frac{1}{p_i} = -\log p_i \quad (1)$$

と定義される。この定義に従えば、まれにしか生起しない事象を確実に生起すると告げる情報ほど、情報量の多い情報であり、我々の直感と一致する。

ところで実際の場面では、個々の事象の生起に関する情報を得るのではなく、個々の事象の生起確率を与えられた上で、全体としてこのような事象が持つ情報量を評価しより情報量の多い状態に進もうと意図するのである。このような事象全体についての平均的な情報量を表す指標がエントロピーであり、それは次式のように定義される：

$$H(X) = - \int p(x) \log p(x) dx \quad (2)$$

(3) 相互情報量

確率変数ベクトル X と Y があるとき、相互情報量は次のように定義される：

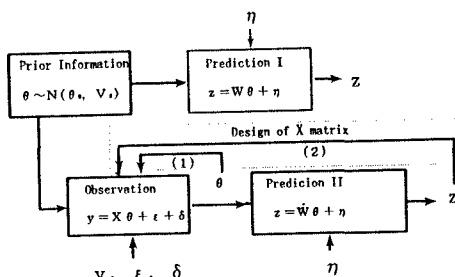
$$I(X; Y) = H(X) - H(X|Y) \quad (3)$$

$H(X)$ をベイズ推定における X の事前情報のエントロピー $H(X|Y)$ を Y を観測した後の X の情報(すなわち事後分布)のエントロピーと解釈することが出来るので、結局相互情報量 $I(X; Y)$ は、観測 Y を得ることにより X についての不確実性が減少する量をエントロピーにより計測したものである(有本¹⁾; PP. 87-95)。相互情報量が大きいほど、観測により獲得される情報は大きく、 X の不確実性は減少する。

3. 相互情報量による観測計画の評価

(1) 事前情報・観測・予測のモデル化

本研究では、構造物の設計や施工の作業の中で、情報の流れをモデル化するために、図-1に示すような作業のフローを考える。



- (1) Design X based on Model Parameter Mutual Information
 (2) Design X based on Prediction Mutual Information

記号の定義: θ_0 : θ の事前平均値、 V_0 : θ の事前共分散行列、 y : 観測値ベクトル(n 次)、 X : 観測行列($n \times m$)、 θ : モデルパラメータ(m 次)、 δ : モデル化誤差(n 次)、 ϵ : 観測値の観測誤差(n 次)、 z : 予測値ベクトル(k 次)、 W : 予測行列($k \times m$)、 η : モデル化誤差(k 次)

図-1 事前情報・観測・予測の情報フローと観測計画

(2) モデルパラメータ相互情報量

図-1に示したプロセスで現れる情報量の増加を前節で定義した相互情報量により記述することを試みる。すなわち、事前情報で得られているモデルパラメータ θ に関する情報量が、観測を通じてどの様に増加するかを相互情報量により記述する。観測を通じての θ の相互情報量は、式(8)の定義に従い、次のように表すことができる：

$$I(\theta; y) = H(\theta) - H(\theta|y) \quad (4)$$

これを、モデルパラメータ相互情報量と呼ぶ。確率変数に正規性を仮定すると、これは次式のようになる：

$$I(\theta, y) = H(\theta) - H(\theta|y) \\ = \frac{1}{2} \log \frac{|V_0|}{|(V_0^{-1} + X^T(V_0 + V_\epsilon)^{-1}X)^{-1}|} \quad (5)$$

ここで、観測行列 X はある程度設計者が動かすことで出来る行列であるので、この相互情報量を用いて観測計画の評価を行うことが出来る。

(3) 相互情報量による観測計画の評価

相互情報量により観測計画を評価する場合、与えられた代替的な観測計画について、モデルパラメータ相互情報量を計算し、その値の大小により、観測計画の善し悪しを判断することになる。いうまでもなく大きな相互情報量を与

える計画が良い計画である。

このとき、相互情報量は事前と事後の共分散行列の行列式の比である。よって、対数の底を2にとれば、相互情報量をパラメータ数で除した値が1増加することに、事前と事後の標準偏差の比はだいたい半分ずつになってゆくと考えて良い。

4. 例題：線形弾性体地盤の盛土荷重による圧密変形

より現実的な例題として、盛土荷重により圧密変形する線形弾性体地盤における地盤定数推定のための観測計画について考察する。

図-2に示すようなヤング率 E_1, E_2, E_3 を持つ3層の土層よりなる地盤の盛土荷重による圧密変形問題を考える。排水は、上下面より行われ、また右側も排水境界である。左側は盛土の対称性より非排水境界である。このモデルでは圧密は約100日程度で90%に達するようにパラメータを設定し(表-1)、載荷は 5.1 tf/m^2 を、10日間で漸加的に行い、その後5日おきに80日まで観測を行う。

この例題では簡単のため、ヤング率 E_1, E_2, E_3 のみを推定の対象とし、その他のパラメータ値は既知とする。いろいろな点で鉛直変位、水平変位や間隙水圧の値を計測し、これよりヤング率を推定しようとする場合のモデルパラメータ相互情報量を計算し、比較する。次のような問を設け、これに相互エントロピーにより答を見いだす。

「今地表面沈下6箇所と、盛土の中心線で層別沈下計により鉛直変位を計測する。これに加えて、鉛直変位、水平変位、間隙水圧のどの項目を計測すると、パラメータ値の逆解析にあたりもっとも有効か？」

この目的のため、表-2に示すような計測の量と種類に関する比較した。その結果は、図-3に示されており、これより次のことが言える。

- 1) もっとも効果的な観測位置と項目は、盛土のり尻の水平変位である。
- 2) 嗣ぎに効果的なのは、のり尻少し内側の鉛直変位である。
- 3) 間隙水圧の計測は、もっとも効果が少なく、また位置にも関係しない。

なお時間の経過と共に観測量が増加すると、相互情報量は増加しているが、その増加率は時間と共に減少している。

5. むすび

本研究では、構造物の設計・施工過程の、事前情報・観測・予測という一連の情報の流れを、情報エントロピーに概念に基づくモデルパラメータ相互情報量と、予測値相互情報量という指標で計量することを提案した。そして、これら指標に基づいて観測計画を評価することを提案した。

参考文献

- 1) 有本卓(1980)：確率・情報・エントロピー、森北出版
- 2) 本城勇介・工藤暢章(1998)情報エントロピーによる逆解析のための観測計画評価方法に関する基礎的考察、土木学会論文集、No. 589/III-42, pp. 321-334

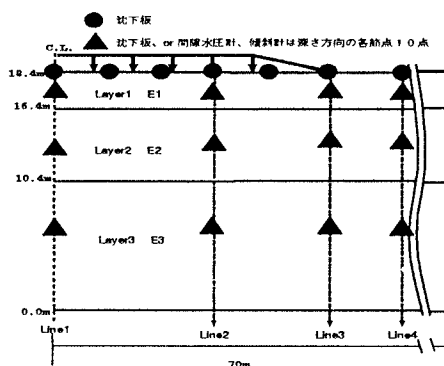


図-2 線形弾性体地盤と観測点配置図

表-1 各層の地盤の物性値

Parameters	Young's Modulus	Poisson's Ratio	Permeability
Layer	$E \text{ (tf/m}^2\text{)}$	ν	$k \text{ (m/day)}$
Layer 1	300	0.30	0.003
Layer 2	200	0.30	0.003
Layer 3	400	0.30	0.003

表-2 設定条件

計測位置	水平変位	鉛直変位	間隙水圧
Line 1	—	Case 12	Case 21p
Line 2	Case 22x	Case 22y	Case 22p
Line 3	Case 23x	Case 23y	Case 23p
Line 4	Case 24x	Case 24y	Case 24p
備考	総てのケースで、Case12の計測項目に、それぞれに示したLine上での水平変位、鉛直変位、間隙水圧を加えて計測した。Case12に新たに加えられた計測点数は、鉛直変位と間隙水圧では3個、水平変位では傾斜計の性質を考慮し20個である。		

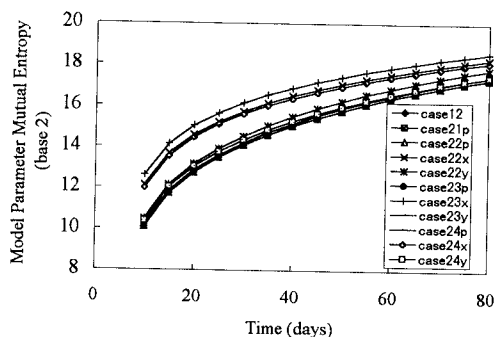


図-3 モデルパラメータ相互情報量