

CS-194

後方散乱波による欠陥位置と形状の推定

東北大学 大学院 学生員 中畑 和之
東北大学 工学研究科 正員 北原 道弘

1. はじめに

欠陥によって後方に散乱された波動を計測し、この後方散乱波の情報から逆に欠陥形状を推定することを試みる。手法の要点は欠陥による散乱波の積分表現に2種類の近似を導入し、この積分表現を散乱体の形状を表す特性関数のフーリエ変換像と相似な形に変換することにより、後方散乱波の計測から散乱体の形状を再構成することにある。ここでは、後方散乱波の数値解析データを用いて、不確かな位置に存在する欠陥形状の識別能について検討を行った。

2. 線形化逆散乱解析手法^{1),2)}

2.1 散乱波の積分表現と等価散乱源

いま、領域 D 内に欠陥 D^c が存在する場合を考える。このとき領域 D 内の点 $\mathbf{y}$ における散乱波 $u_m^{sc} (= u_m - u_m^0)$ は次のように積分形で表現できる。

$$u_m^{sc}(\mathbf{y}) = \int_D G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) q_i(\mathbf{x}) dV \quad (1)$$

ここで、 G_{im} は弾性波動問題の基本解である。また、 $q_i(\mathbf{x})$ は散乱体(欠陥)を2次波源と見なしたときの等価な物体力に対応しており、等価散乱源と呼ぶ。この等価散乱源は、領域型と境界型のどちらでも定式化が可能であり、それぞれの具体的な形は次のようになる。

$$q_i(\mathbf{x}) = \Gamma(\mathbf{x}) \{ \delta \rho \omega^2 u_i(\mathbf{x}) - \delta C_{ijkl} u_{k,l}(\mathbf{x}) \partial / \partial x_j \} \quad (2)$$

$$q_i(\mathbf{x}) = -\gamma(\mathbf{x}) C_{ijkl} \{ n_j(\mathbf{x}) u_{k,l}(\mathbf{x}) - n_l(\mathbf{x}) u_{k,j}(\mathbf{x}) \partial / \partial x_j \} \quad (3)$$

式(2)において、 $\Gamma(\mathbf{x})$ は散乱体 D^c の領域内部においてのみ値を有する次のような特性関数である。

$$\Gamma(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{for } \mathbf{x} \in D^c \\ 0 & \text{for } \mathbf{x} \in D \setminus D^c \end{cases} \quad (4)$$

また、 δC_{ijkl} は母材側と欠陥部分の弾性定数の差、 $\delta \rho$ は密度の差である。式(3)において、 $\gamma(\mathbf{x})$ は散乱体の境界 S 上においてのみ値を有する特異関数であり、次のように定義される。

$$\int_D \gamma dV = \int_S dS \quad (5)$$

2.2 遠方散乱場

実際の非破壊検査において、超音波は欠陥の代表寸法に比較して遠方で検出される。よって波動の観測点 $\mathbf{y}$ が欠陥から遠方に位置するとして、座標原点を欠陥の近傍にとると、観測点 $\mathbf{y}$ と欠陥上の点 $\mathbf{x}$ の距離 r は以下のように近似できる(図-1参照)。

$$r = |\mathbf{y} - \mathbf{x}| \approx |\mathbf{y}| - \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x} \quad (6)$$

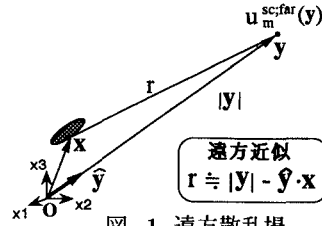


図-1 遠方散乱場

従って、上記の遠方近似を採用すると式(1)の遠方における散乱波の縦波成分は次のようになる。

$$u_m^{sc, far}(\mathbf{y}) = \sqrt{2/(\pi k_L |\mathbf{y}|)} e^{i(k_L |\mathbf{y}|) - \pi/4} A_m(\hat{\mathbf{y}}) \quad (7)$$

ここで、 A_m は次のような縦波の散乱振幅である。

$$A_m(\hat{\mathbf{y}}) = \frac{i}{4\mu} \kappa^2 \hat{y}_i \hat{y}_m \int_D q_i(\mathbf{x}) e^{-ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} dV \quad (8)$$

ここで、 $\kappa = k_L/k_T$ とし、 $\hat{\mathbf{y}}$ は座標原点から観測点 $\mathbf{y}$ に向く単位ベクトルである。

2.3 欠陥の近似再構成法

欠陥への入射波を次のような平面縦波と仮定する。

$$u^0(\mathbf{x}) = u^0 \hat{\mathbf{d}}^0 \exp(ik^0 \hat{\mathbf{p}}^0 \cdot \mathbf{x}) \quad (9)$$

ここで、 u^0 は振幅、 $\hat{\mathbf{d}}^0$ は変位の偏向方向を表す単位ベクトル、 k^0 は入射波の波数、 $\hat{\mathbf{p}}^0$ は入射波の進行方向を表す単位ベクトルである。ここでは図-2に示すように、欠陥 D^c の中心から離れた位置に存在する点 O に向けて超音波を送受信するパルスエコー法を考える。このとき、 $k^0 = k_L$ 、 $\hat{\mathbf{d}}^0 = \hat{\mathbf{p}}^0 = -\hat{\mathbf{y}}$ となる。いま問題は、遠方での散乱縦波振幅 A_m が与えられたとき、欠陥形状を推定する問題となる。

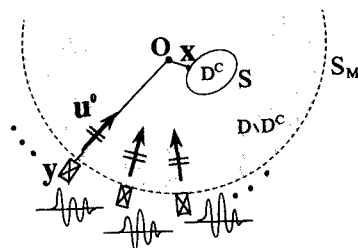


図-2 送受信方向

(1) ボルン近似再構成 等価散乱源 q_i は Γ あるいは γ のみならず、変位 u_i も含んでいるため適当な近似を導入して線形化する。ボルン近似は、変位 u_i を入射波 u_i^0 で置き換えたものである。このとき、領域型の等価散乱源(2)を採用すると式(8)は次のようになる。

$$A_m(k_L, \hat{\mathbf{y}}) = \frac{i u^0 \hat{y}_m k_L^2}{2} \int_D \Gamma(\mathbf{x}) e^{-2ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} dV \quad (10)$$

キーワード：超音波 逆散乱 形状再構成 位置推定

〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉06 TEL 022-217-7126 FAX 022-217-7127

右辺の体積積分は、 $\mathbf{K} = 2k_L \hat{\mathbf{y}}$ としたときの特性関数 Γ の $\mathbf{K}$ -空間におけるフーリエ変換 $\Gamma(\mathbf{K})$ $|\mathbf{K}=2k_L \hat{\mathbf{y}}$ に対応するものである。このとき、特性関数 $\Gamma(\mathbf{x})$ は逆フーリエ変換により次のように求められる。

$$\Gamma(\mathbf{x}) = -\frac{2i}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{\hat{y}_m}{u^0 k_L^2} \times A_m(k_L, \hat{\mathbf{y}}) e^{2ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} k_L dk_L d\hat{\mathbf{y}} \quad (11)$$

(2) キルヒホフ近似再構成 キルヒホフ近似は、変位 u_i を入射波と反射波の和で置き換えたものである。このとき、境界型の等価散乱源(3)を採用すると式(8)は次のようになる。

$$A_m(k_L, \hat{\mathbf{y}}) = -\frac{u^0 \hat{y}_m k_L}{2} \times \int_D \gamma(\mathbf{x}) e^{-2ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} dV \quad (12)$$

これより、特異関数 $\gamma(\mathbf{x})$ は散乱振幅 A_m の逆フーリエ変換として次のように書ける。

$$\gamma_H(\mathbf{x}) = -\frac{2}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{\hat{y}_m}{u^0 k_L} \times A_m(k_L, \hat{\mathbf{y}}) e^{2ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} k_L dk_L d\hat{\mathbf{y}} \quad (13)$$

3. 欠陥像の再構成

図-3に欠陥の配置と超音波の送受信焦点 O (座標原点)を示す。今回は、遠方散乱波データはシミュレーションから得られた疑似データとする。

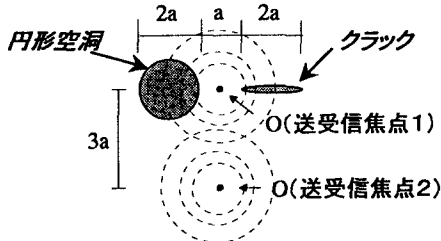


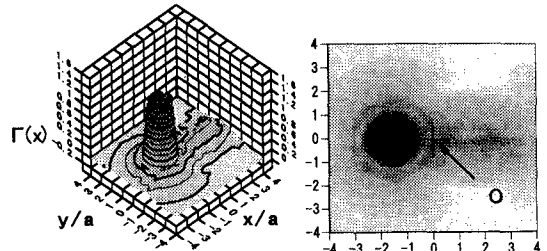
図-3 送受信焦点と欠陥配置

図-4と図-5に送受信焦点を1と2に選んだ場合のクラックと円形空洞の再構成結果を示す。両図において上側がボルン近似、下側がキルヒホフ近似に基づく再構成結果であり、送受信焦点を O と示してある。

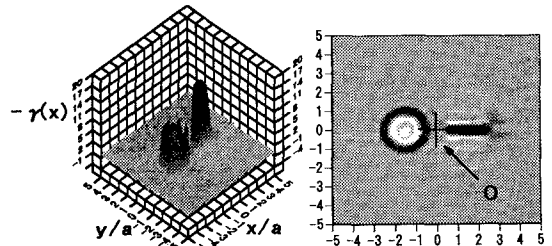
ボルン近似再構成は円形空洞のような体積型欠陥にのみ反応し、表面型欠陥であるクラックには反応していない。一方、キルヒホフ近似再構成は体積型と表面型の欠陥に対してその形状をよく再現している。

4. 結論

欠陥の大体の位置が特定できるとき、欠陥近傍のある点に向けて超音波を送受信してキルヒホフ近似再構成を利用すれば、欠陥のより正確な位置と共に欠陥形状も再現できることが分かった。

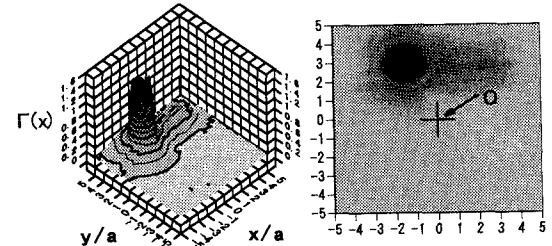


ボルン近似に基づく再構成

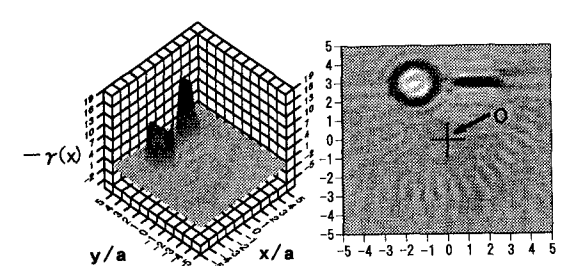


キルヒホフ近似に基づく再構成

図-4 クラックと円形空洞の複合欠陥(送受信焦点1)



ボルン近似に基づく再構成



キルヒホフ近似に基づく再構成

図-5 クラックと円形空洞の複合欠陥(送受信焦点2)

参考文献

- 1) Hirose, S.: Inverse scattering for flaw type classification, Inverse Problems in Engineering Mechanics, pp.359-366, Springer, 1993.
- 2) Kitahara, M., Hirose, S. and Achenbach, J.D.: Shape reconstruction of defects in an elastic solid, The First US-Japan Symposium on Advances in NDT, pp.187-192, Asnt, 1996.