

東北大学 学生員 ○金子賢治
東北大学 正 員 岸野佑次
東北大学 正 員 京谷孝史

1. はじめに

非弾性非均質材料の連続体力学モデルを誘導するに当たっては、材料内部の微視的なエネルギー散逸機構を反映させることが重要であると考えられる。本論文では、散逸関数に着目した構成則理論¹⁾の応用として、3次元粒状体の基準配列である球要素6粒子モデルのシミュレーションに基づいて定めた散逸関数を基に粒状体の構成則を定式化し、その考察を行う。

2. 散逸関数に基づく構成則理論

まず、散逸関数に基づく構成則理論¹⁾の中、本論文では直接用いない拘束関数と流動則の誘導に関する部分を除いて簡単に説明する。まず、ひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ を次式で示すように弾性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^e$ と散逸ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^d$ とに分解し、散逸ひずみ速度については方向と大きさを用いて書けるものとする。

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^d \quad (1) \quad \dot{\epsilon}^d = n \dot{\alpha} \quad (2)$$

ここに、 n は散逸ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^d$ の方向を表し、 $n:n=1$ を満足する単位テンソルである。また、 $\dot{\alpha}$ は散逸ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^d$ の大きさを表す量で、 α の時間積分 α は散逸変形の進行を表すパラメータとして用いられる。

材料の変形に伴って内部応力のする仕事のうち、非可逆変形に対応する部分を散逸仕事と称する。散逸仕事速度は次式のよ

$$\sigma:\dot{\epsilon}^d = \omega \dot{\alpha} \quad \omega = \sigma:n \quad (3)$$

ここに、 ω は単位の散逸ひずみあたりの散逸仕事を表す。 ω は n の値によっては負になりうるが非可逆変形に対応する実際の n に対しては正となる。材料内部に加わる応力のする仕事のうち、非可逆部分に関しては、材料内部でエネルギーが散逸され

$$\varphi = \varphi(\sigma, \epsilon) \geq 0 \quad (\text{for } n:n=1) \quad (4)$$

散逸関数は、本論文においては、応力とひずみの関数とする。材料内部でエネルギー散逸が生じるには、付帯条件式 $n:n=1$ のもとで、散逸仕事速度と散逸関数が共通点を持つ必要がある。すなわち、次式のエネルギーに関する平衡条件を意味する。

$$f = \varphi - \omega = 0 \quad (\text{for } n:n=1) \quad (5)$$

この様子を散逸ひずみ速度空間に表すと、図-1のようになる。図-1の場合は、 $n:n=1$ となる全ての n に対して $f>0$ であり散逸条件を満たしていない。この後、載荷が進み、はじめて散逸が起こる際には $f=0$ となり、 ω と φ は $n:n=1$ 上で接することになる。

散逸が連続して生じるためには、塑性論における適応の条件と同様に、散逸条件を満たし続ける必要がある。すなわち式(5)の時間微分をとることにより、次式が成立する。

$$\dot{f} = \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} + \frac{\partial \varphi}{\partial \epsilon} : \dot{\epsilon} - n : \dot{\sigma} = 0 \quad (6)$$

ここで、ひずみ速度が弾性部分と散逸部分に分けられるとする。

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + n \dot{\alpha} \quad F^e: \text{弾性コンプライアンス} \quad (7)$$

式(7)を用いて、式(6)を解けば、以下の硬化則を得る。

$$\dot{\alpha} = \frac{m:n}{D} \quad (8)$$

$$m = n - \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} - \frac{\partial \varphi}{\partial \epsilon} F^e \quad (9)$$

$$D = \frac{\partial \varphi}{\partial \epsilon} : n \quad (10)$$

以上より、構成則の散逸ひずみ部分は次式のような非関連流動則となる。

$$\dot{\epsilon}^d = n \dot{\alpha} = \frac{nm:n}{D} \quad (11)$$

3. 3次元6粒子モデルへの適用

本論文では、前章で述べた構成則理論に、微視力学に基づいた具体的な散逸関数を導入する。ここでは、図-2に示される3次元6粒子モデルのシミュレーション解析により散逸関数を定め、構成則を定式化し考察する。

シミュレーション解析は粒状要素法²⁾に基づいて行うこととする。粒子間には、接線方向および法線方向に線形バネを仮定し、粒子間のすべりの条件としてクーロンの摩擦則を仮定する。ここでは、 $de_1 = 7.0 \times 10^{-5}$ 、 $de_2 = de_3 = -3.5 \times 10^{-5}$ とした完全ひずみ制御により3軸圧縮試験シミュレーションを行い、図-3に解析結果として応力ひずみ曲線を示す。粒子配置、載荷方向の対称性により本解析においては粒子の回転はない。最初の変曲点は x_1-x_2 平面、 x_1-x_3 平面の8個の接触点ですべりが生じ

キーワード：構成則、粒状体、微視力学、散逸関数

〒982-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻、電話:022-217-7425, FAX:022-217-7423

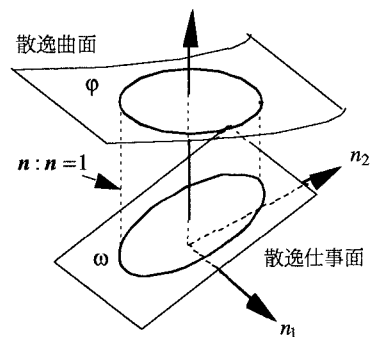


図-1 散逸関数の概念

始める点である。内部摩擦角を大きくすると、すべり発生時の応力比も大きくなることがわかる。応力ひずみ曲線が次に折れ曲がる点では、 x_2-x_3 平面の4個の接触点の接触状態が失われ、粒子構造が不安定になる。構成則の定式化は構造が不安定になるまでを対象とする。

以上の6粒子モデル解析に基づいて構成則を定式化する。モデルの対称性より、 x_1-x_2 平面、 x_1-x_3 平面の8個の接触点、 x_2-x_3 平面の4個の接触点の挙動はそれぞれ等しくなるので、図-2における粒子A, B, C 接触点AB, BCに着目する。まず、散逸ひずみ速度の方向を表す単位テンソル n は、接触点AB におけるすべり量と散逸ひずみ速度との関係より、次式のように書くことができる。

$$n_1 = \frac{2(1-\varepsilon_2)}{\sqrt{4(1-\varepsilon_2)^2 + 2(1-\varepsilon_1)^2}} \quad (12)$$

$$n_2 = n_3 = -\frac{(1-\varepsilon_1)}{\sqrt{4(1-\varepsilon_2)^2 + 2(1-\varepsilon_1)^2}} \quad (13)$$

以下、散逸関数を決定するが、本理論における散逸関数の役割は、散逸条件を定めること、硬化特性を表現することである。6粒子モデルにおける散逸エネルギー増分 dE^d を、各接触点における摩擦エネルギー増分 dE_f と残留弾性エネルギー増分 dE_{sp}^d との和で表されたとした。

$$dE^d = dE_{sp}^d + dE_f \quad (14)$$

残留弾性エネルギーは実際にエネルギーが消散するわけではないが、除荷したときに回復しないという意味で散逸エネルギーの一部であるといえるであろう。残留弾性エネルギーは、弾完全塑性体の3本吊りトラスにおける残留内力による残留ひずみエネルギーと類似したエネルギーであると考えられる。この2つのエネルギーはともに内部構造変化と要素間の拘束によって生じる。式(16)を具体的に計算し、単位面積、単位散逸ひずみ速度あたりの量として正規化したものを散逸関数とすれば次式のようになる。

$$\varphi = \frac{\{\sigma_1(1-\varepsilon_1) + (1-\varepsilon_2)(2\sigma_2 - C_1\varepsilon_2 - C_2)\}}{\{(1-\varepsilon_1)^2 + (1-\varepsilon_2)^2\}} \left[\{(1-\varepsilon_1) + \tan\phi(1-\varepsilon_2)\}n_1 + \{(1-\varepsilon_2) - \tan\phi(1-\varepsilon_1)\}n_2 + (C_1\varepsilon_2 + C_2)n_2 \right] \quad (15)$$

ここに、 C_1, C_2 は、内部摩擦角、初期粒子配置等から決まる定数である。上式を式(9), (10)に代入することにより、硬化則が定まり、式(11)等により構成則が確定する。

このように定めた構成則による応力ひずみ関係を図-4に示す。図-3と比較することにより、最初に散逸の生じる応力レベルはシミュレーション解析においてすべり発生時の応力レベルと一致し、その内部摩擦角による違いも明確に表れている。また、散逸の生じた後の硬化の様子もシミュレーション解析結果とほぼ一致した結果となっていることがわかる。

4. おわりに

本文では、散逸関数を用いた構成則理論に基づき3次元6粒子モデルの微視力学を構成則に反映させることができた。今後、この理論をさらに複雑な粒状体モデルや載荷経路に応用し、粒状体の構成則に関する研究を続けたいと考えている。

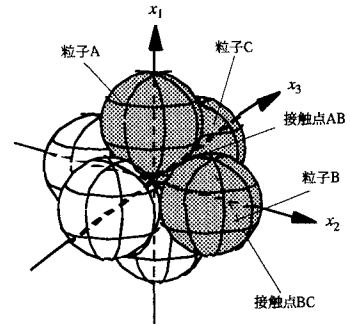


図-2 3次元6粒子モデル

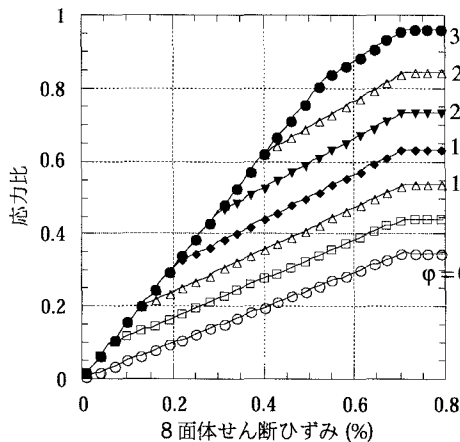


図-3 6粒子シミュレーション解析による応力ひずみ曲線

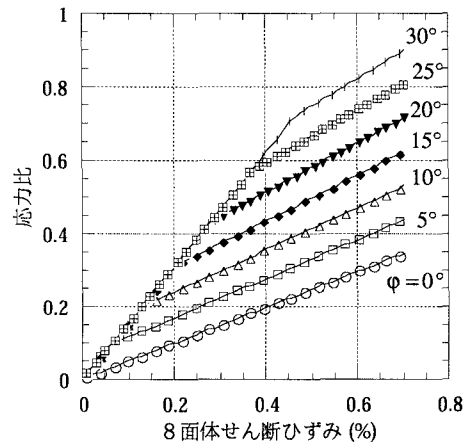


図-4 構成則による応力ひずみ曲線

参考文献

- 1) 岸野佑次：摩擦性材料の構成則の定式化，土木学会論文集，No.511/III-30,1995.3
- 2) 岸野佑次：新しいシミュレーション法を用いた粒状体の準静的挙動の解析，土木学会論文集，No.406/III-11,pp.97-106,1989