

ハザマ技術研究所 正会員 浦野和彦 正会員 松原勝己
武蔵工業大学 正会員 吉川弘道 学生会員 青戸拓起

1. 概要

阪神・淡路大震災の後、橋梁等の耐震検討にレベル2地震動が導入されてから、非線形動的解析を用いた照査が重要性を増しつつあるが、各種耐震指針では実用上の観点から弾塑性変位応答の推定にエネルギー一定則や変位一定則が用いられることが多い。しかしながら、これらの簡易応答評価法については作用地震動と構造物の周期特性の相関関係により、適用限界があることが従来より指摘されている^{1), 2)}。本報では、上記簡易応答評価法の適用性に関する定性的な考察を行うため、一自由度振動系の非線形定常応答に着目して、簡易応答評価とクリロフ・ボゴリポフの方法(K-B法)に基づく理論解の比較を実施した。

2. K-B法による非線形定常応答³⁾

非線形復元力 $F(x, t)$ を有する一自由系系の運動方程式は、式(1)で表される。

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + F(x, t) = f_0 \cos \omega t \quad (1)$$

ここで、 $\omega_0^2 = k_1 / m$ 、 $\omega_0 t = \tau$ 、 $x / x_y = y$ 、 $F_y / x_y = k_1$ 、 $\omega / \omega_0 = \eta$ 、 $f_0 / F_y = f$ なるパラメータを定義し、式(1)の無次元化を行う。ここに、 ω_0 : 初期勾配 k_1 に対する固有円振動数、 k_1 : 初期勾配、 x_y : 降伏変位、 F_y : 降伏耐力、 x : 変位、 $F(x, t)$: 復元力、 ω : 外力の円振動数、 τ : 無次元化時間、 y : 無次元化変位、 η : 振動数比である。以上より、式(2)が得られる。

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{F\{x(y), t(\tau)\}}{F_y} = f \cos \eta \tau \quad (2)$$

式(2)に対し、K-B法によって得られる定常応答は、式(3)で表される。

$$y = y_0 \cos(\eta \tau + \phi_0) \quad (3a)$$

$$\eta^2 = \frac{C(y_0)}{y_0} \pm \sqrt{\left(\frac{f}{y_0}\right)^2 - \left(\frac{S(y_0)}{y_0}\right)^2} \quad (3b)$$

$$\tan \phi_0 = \frac{S(y_0)}{C(y_0) - \eta^2 y_0} \quad (3c)$$

ここに、 $C(y_0)$ および $S(y_0)$ は、式(4)に表される。

$$C(a) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left[\frac{F(a \cos \theta, t)}{F_y} \right] \cos \theta d\theta \quad (4a)$$

$$S(a) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left[\frac{F(a \cos \theta, t)}{F_y} \right] \sin \theta d\theta \quad (4b)$$

3. バイリニアー復元力に対する定常応答

図-1を参考し、 $y = y_0 \cos \theta$ と置き、 $y_0 \cos \theta^* = y_0 - 2$ で θ^* を定義すれば、バイリニアーの履歴を1周する間に θ の値が $-\pi \rightarrow -\pi + \theta^* \rightarrow 0 \rightarrow \theta^* \rightarrow \pi$ と変化し、 $-\pi$ から π まで変動する。それぞれの区間で、 F / F_y の値が式(5)で表される。

$$-\pi \leq \theta \leq -\pi + \theta^*; \quad F / F_y = y_0 \cos \theta + (1 - \mu)(y_0 - 1) \quad (5a)$$

$$-\pi + \theta^* \leq \theta \leq 0; \quad F / F_y = \mu(y_0 \cos \theta - 1) + 1 \quad (5b)$$

$$0 \leq \theta \leq \theta^*; \quad F / F_y = y_0 \cos \theta - (1 - \mu)(y_0 - 1) \quad (5c)$$

$$\theta^* \leq \theta \leq \pi; \quad F / F_y = \mu(y_0 \cos \theta + 1) - 1 \quad (5d)$$

ここに、 $\mu = k_2 / k_1$ (第1勾配に対する第2勾配の比) である。

式(4)および(5)より、 $C(y_0)$ および $S(y_0)$ が式(6)で表される。

$$C(y_0) = \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} \mu y_0 + (1 - \mu) \cdot \frac{y_0}{2} (\theta^* - \sin \theta^* \cos \theta^*) \right\} = \mu y_0 + \frac{1 - \mu}{\pi} y_0 \left\{ \cos^{-1} \left(\frac{y_0 - 2}{y_0} \right) - \frac{2(y_0 - 2) \sqrt{y_0 - 1}}{y_0^2} \right\} \quad (6a)$$

$$S(y_0) = -\frac{1 - \mu}{\pi} y_0 (1 - \cos^2 \theta^*) = -\frac{4(1 - \mu) \cdot y_0 - 1}{\pi y_0} \quad (6b)$$

したがって、式(3)および(6)より、バイリニアー復元力特性を有する一自由度振動系の定常応答解は、式(7)

キ-ワ-ド: 弾塑性応答, エネルギー一定則, 変位一定則, 非線形定常応答

連絡先(住所): 〒305-0822 つくば市荻間字西向515-1 TEL0298-58-8813 FAX0298-58-8829)

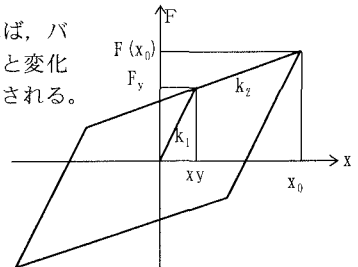


図-1 (a) 復元力特性

で表される。

$$\eta^2 = \mu + \frac{1-\mu}{\pi} \left\{ \cos^{-1} \left(\frac{y_0-2}{y_0} \right) - \frac{2(y_0-2)\sqrt{y_0-1}}{y_0^2} \right\} + \frac{1}{y_0} \sqrt{f^2 - \frac{16(1-\mu)^2}{\pi^2} \cdot \frac{(y_0-1)^2}{y_0^2}} \quad (7)$$

ここに、 $\eta = \omega / \omega_0$ （振動数比）、 $y_0 = x_0 / x_y$ （応答塑性率）、 $\mu = k_2 / k_1$ （初期勾配に対する2次勾配の比）、 $f = f_0 / F_y$ （無次元最大加振力）である。式(7)より定常応答 y_0 が、勾配比 μ 、振動数比 η および無次元加振力 f に依存することがわかる。

図-2 に、 $\mu = 0.2$ に固定し f を変動させた時の定常応答を示す。無次元加振力 f が大きくなるにつれて、応答のピークが左へ（低振動数側へ）移動する様子が見られる。

4. 非線形定常応答と簡易応答評価の比較

加振力 f_0 に対する弾性定常応答 x_{0E} は、式(8)で表される。

$$x_{0E} = \frac{f_0}{k_1} \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4h^2\eta^2}} \quad (h: \text{減衰定数}) \quad (8)$$

ここで、 $k_1 x_{0E} / f_0 = y_{0E} / f$ を考慮すれば、式(9)が得られる。

$$y_{0E} = \frac{f}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4h^2\eta^2}} \quad (9)$$

式(9)が、変位一定則に従う応答塑性率を表している。エネルギー一定則によれば、式(10)が成立する。

$$y_0 = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{F_E}{F_y} \right)^2 + 1 \right\} \quad (F_E: \text{弾性応答せん断力}) \quad (10)$$

ここで、 $F_E = k_1 y_{0E} x_y$ および $F_y = k_1 x_y$ を考慮すれば、式(11)が得られる。

$$y_0 = \frac{1}{2} (y_{0E}^2 + 1) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{f^2}{(1-\eta^2)^2 + 4h^2\eta^2} + 1 \right\} \quad (11)$$

式(11)が、エネルギー一定則に従う応答塑性率を表している。式(9)および(11)を用い、先のK-B法による非線形定常解と比較を行った。その結果を図-3に示す。図-3によれば、振動数比1付近ではエネルギー一定則および変位一定則の簡易応答評価が非線形定常応答を大きく上まわり安全側の評価を示すことがわかる。一方、振動数比が1より小さい帯域においては、入力に加振レベルが増大する（ f が大きくなる）につれて、非線形定常応答値が簡易応答評価を上まわることがわかる。これは、加振力の増大に伴い復元力の非線形効果が現れ、構造物のみかけの固有振動数が低下し低振動数域において応答が増大するためと考えられる。従来から作用地震動の速度応答スペクトルの第1折れ点周期より短い固有周期を有する構造物においては、エネルギー一定則が過小評価となることが指摘されているが、上述の非線形効果による構造物固有周期の変化が関係しているものと考えられる。一般にエネルギー一定則では、応答の非線形性による減衰の効果を評価することによって弾塑性応答を推定するのであるから、作用地震動と構造物

の周期特性の相関関係には言及していない。したがって、エネルギー一定則をより精度の高い応答評価式として改良するためには周期特性に着目した検討が必要と考えられる。

- <参考文献> 1) 梅村魁：鉄筋コンクリート建物の動的耐震設計法・続（中層編）、技報堂出版、1982
2) 島崎和司、和田章：鉄筋コンクリート構造の地震時水平変位、日本建築学会構造系論文報告集、第444号、1993
3) 土木学会編：動的解析と耐震設計第2巻動的解析の方法、技報堂出版、1989

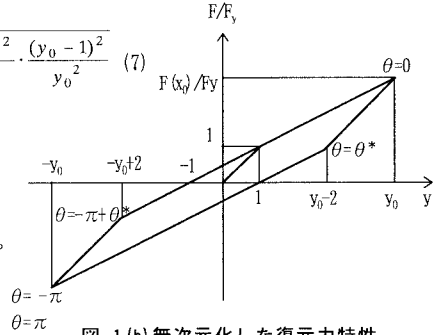


図-1 (b) 無次元化した復元力特性

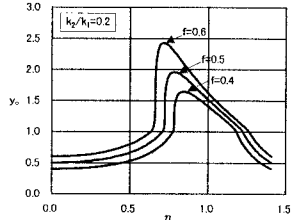


図-2 非線形定常応答

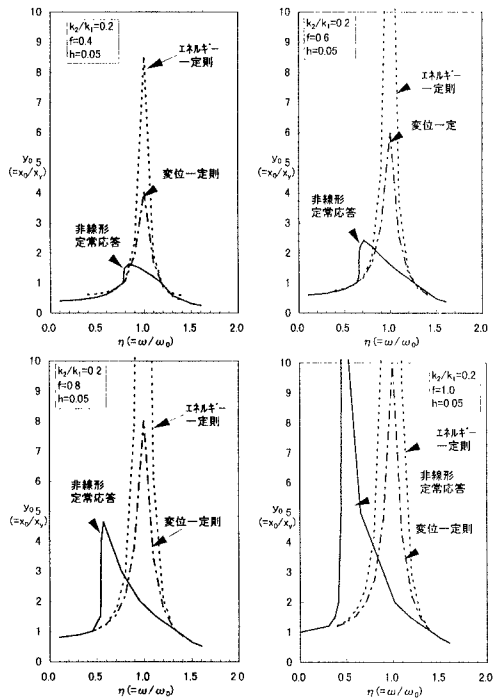


図-3 非線形定常応答と簡易応答評価の比較