

名古屋大学大学院 学生員 横山 文彦 立命館大学理工学部 フェロー会員 児島 孝之  
立命館大学理工学部 正会員 高木 宣章 東京工業大学工学部 正会員 松尾 真紀

## 1.はじめに

本研究では、有限要素法を用いて矩形断面を有する無筋コンクリート供試体についてひび割れ解析を行った。コンクリートは弾性体と仮定し、ひび割れ発生部分にひび割れ幅と伝達応力の関係を非線形でモデル化したひび割れ要素を導入することにより、コンクリートの引張軟化特性を表現することを試みた。

## 2.要素特性および解析モデル

### (1)コンクリート要素

コンクリートは、図-1に示す8節点からなる二次のアイソパラメトリック四辺形要素で表現した。表-1にその材料特性を示す。

表-1 コンクリートの材料特性

$f'_c$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	$f_t$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	$E_c$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	$\nu$
300	30	$3.0 \times 10^5$	0.1667

### (2)ひび割れ要素

コンクリートに発生するひび割れは、図-2に示す接触要素のような6節点からなる二次のアイソパラメトリック線要素とし、ひび割れ発生位置に順次導入する。それぞれの節点はコンクリート要素と共有している。ひび割れ幅を  $\delta_n$ 、ひび割れに対して垂直に伝達される応力を  $\sigma_n$  とすると次式の関係が得られる。

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_n \\ \tau_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{mn} & C_{nt} \\ C_{tm} & C_{tt} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_t \end{Bmatrix} = C \delta \quad (1)$$

曲げひび割れの場合、ひび割れ面に垂直な方向に伝達される応力が供試体の挙動に大きな影響を与えることを考慮して、その挙動を直接支配する  $C_{nn}$  の値に図-3に示す様な非線形ひび割れ要素特性を導入する。なお  $C_{nt} = C_{tn} = 0 \text{ kgf/cm}^3$ 、  $C_{tt} = 1.0 \times 10^3 \text{ kgf/cm}^3$  とし、定数として扱った。ひび割れ要素の剛性マトリックス  $K_c$  は次式で表される。

$$K_c = \int_s B^T C B t ds = \int_{-1}^1 B^T C B t \sqrt{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2} d\xi \quad (2)$$

ここで、  $t$  はひび割れ発生位置でのコンクリート厚である。

### (3)解析モデル

図-4に示すように、供試体の対称性を考慮した左側1/2モデルについて解析を行った。供試体中央では拘束条件として鉛直方向のみに自由度を与えた。荷重は中央一点集中載荷とし、ひび割れ発生後は供試体の挙動の変化に対して適切な荷重を与えた。

キーワード：有限要素法、アイソパラメトリックひび割れ要素、ひび割れ

〒525-8577 滋賀県草津市野路東1-1-1（立命館大学理工学部土木工学科）TEL/FAX 077-561-2805

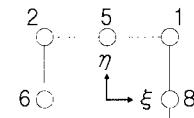


図-1 コンクリート要素

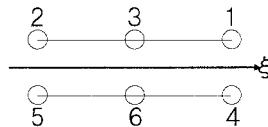


図-2 ひび割れ要素

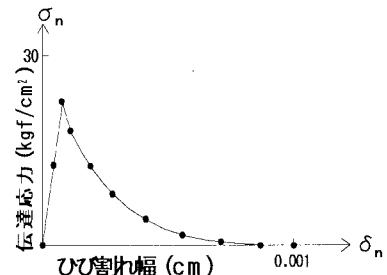


図-3 ひび割れ要素特性

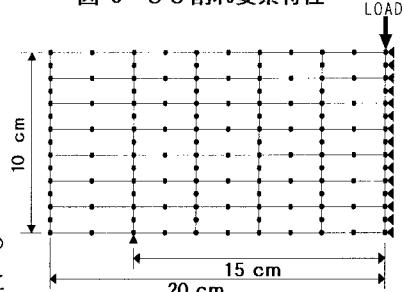
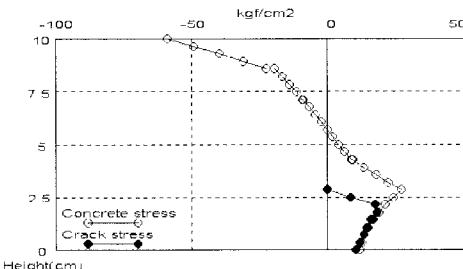


図-4 解析モデル

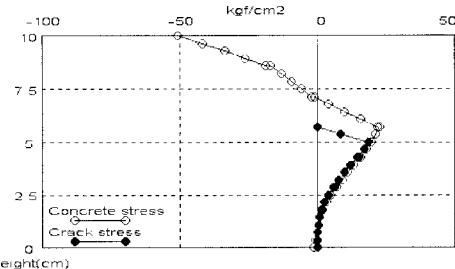
### 3.有限要素解析結果

(1)図-5(a)、図-5(b)にスパン中央でのコンクリートの応力(○)とひび割れ要素の伝達応力(●)の分布を示す。ひび割れ発生部分に非線形でモデル化したひび割れ要素を導入することにより、スパン中央部での応力分布はひび割れが進展し、ひび割れ幅 $\delta_n$ が拡大するに伴い、ひび割れ面に垂直な方向に伝達される応力 $\sigma_n$ が減少する。また、ひび割れ幅が非常に微小な破壊進行領域においては弾性解析を適用しても応力の解放が表現される。

STRESS DISTRIBUTION AT THE MIDSPAN

図-5(a) スパン中央での応力分布図  
ひび割れ進展度2

STRESS DISTRIBUTION AT THE MIDSPAN

図-5(b) スパン中央での応力分布図  
ひび割れ進展度4

(2)ひび割れ要素特性に用いる非線形モデルを下に凸、直線、上に凸と変化させると、荷重-たわみ曲線が図-6(a),(b),(c)に示すように変化する。ここで、たわみはスパン中央の圧縮縁の変位である。(a)では急激な曲げ破壊が初ひび割れの発生と同時に生じているが、(b)および(c)では初ひび割れ発生後もある程度まで荷重が増加した後、曲げ破壊する。

LOAD-DEFLECTION DIAGRAM

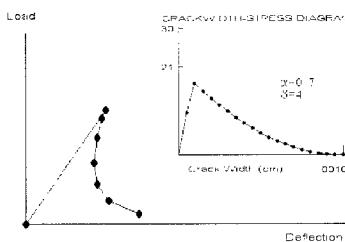


図-6(a) 下に凸モデル時の荷重-たわみ曲線

LOAD-DEFLECTION DIAGRAM

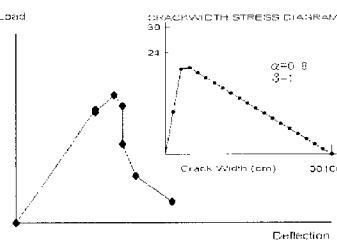


図-6(b) 直線モデル時の荷重-たわみ曲線

LOAD-DEFLECTION DIAGRAM

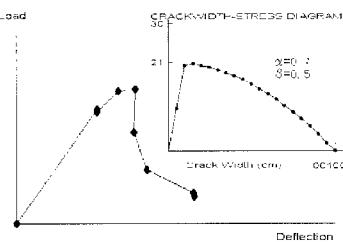


図-6(c) 上に凸モデル時の荷重-たわみ曲線

ただし、ひび割れ要素特性の曲線モデルは次式で表される。

$$\sigma_n = \alpha * f_c * (1 - \delta_n / 0.001)^\beta \quad (3)$$

$\alpha$ および $\beta$ はそれぞれ図-6に示す通りである。

### 4.結論

- 本研究では、ひび割れ幅 $\delta_n$ とひび割れ面に垂直な方向にひび割れを介して伝達される応力 $\sigma_n$ の関係を非線形でモデル化したひび割れ要素を提案した。コンクリートに発生する曲げひび割れに、アイソパラメトリックひび割れ要素を導入することにより、コンクリートの引張軟化現象をある程度表現できるものと考えられる。
- 上述のように、ひび割れ要素特性がコンクリート供試体の挙動に大きな影響を与えるため、ひび割れ要素のみで、はりの非線形挙動やコンクリートの引張軟化をより適切に表現するにはひび割れ要素特性についてさらに検討する必要がある。