

V-13

動的逆解析における順解析の信頼性に関する検討

東京電機大学 学生会員 山本 和也
東京電機大学 フェロー会員 松井 邦人

1.はじめに

筆者らは、これまで舗装を対象として FEM を用いて衝撃荷重が作用したときの応答を求め、さらに構造評価のための逆解析をする手法を提案してきた。数値シミュレーションにより逆解析の部分は正しく機能することを確認したが、順解析の信頼性について検討する機会がなかった。しかし、逆解析結果が信頼できるものとなるためには、順解析が精度良く行われていることを確認することが重要である。そこで、本研究では汎用 FEM ソフトとして評価の高い NASTRAN を用いて応答解析を行い、筆者らのソフトで得られた応答解析と比較する事により、筆者らのソフトの順解析部分の精度を確認することとした。さらに、NASTRAN で得られた応答を用いて筆者らのソフトで逆解析を行い、真値との比較をしている。

2.順解析・逆解析

弾性体の動的問題を有限要素化することによって、次式のような運動方程式を得る。

$$M\ddot{z} + C\dot{z} + Kz = f(t) \quad (1)$$

ここに、 M, C, K は、質量、減衰、剛性マトリックス、 $\ddot{z}, \dot{z}, z, f(t)$ は、加速度、速度、変位、外力ベクトルである。順解析手法には、線形加速度法(Newmark- β 法: $\beta = 1/6$)を用いる。

逆解析では、入力たわみ $u_{i(i=1, \dots, M)}$ と解析たわみ $z_{i(i=1, \dots, M)}$ の差の二乗和が最小になるように各層の未知パラメータ $X_{j(j=1, \dots, N)}$ を推定する。 M はたわみ着目点数、 N は未知パラメータ数である。

$$J_0 = \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{i=1}^M w_i \{u_i - z_i(X)\}^2 dt \quad (2)$$

$w_{i(i=1, \dots, M)}$: 重み

ここでは、Gauss-Newton 法を用いてこの問題を解く。

いま、 $z_i(X)$ を X の推定値の周りで一次のオーダーまで展開し、これを式(2)に代入し J_0 を改めて J とおけば次式を得る。

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{i=1}^M w_i \left\{ u_i - z_i(X) - \sum_{j=1}^N \frac{\partial z_i}{\partial X_j} \Delta X_j \right\}^2 dt \quad (3)$$

したがって、 $\frac{\partial J}{\partial \Delta X_k} = 0 \quad (k=1, \dots, N)$ より次式を得る。

$$\sum_{j=1}^N \left\{ \int_0^T \sum_{i=1}^M w_i \frac{\partial z_i}{\partial X_j} \frac{\partial z_i}{\partial X_k} dt \right\} \Delta X_j = - \int_0^T \sum_{i=1}^M w_i \{u_i - z_i(X)\} \frac{\partial z_i}{\partial X_k} dt \quad (4)$$

よって、 X の推定値に補正量として ΔX を加えることにより式(3)を最小にする X が得られる。しかし、この X は式(2)を最小にするわけではないので、この X を改めて X の推定値として、収束が得られるまで繰返し計算を行い、式(2)の最小点を求める。

3.解析モデル

図-1 のような4層からなる舗装構造物を軸対称要素によりモデル化する。舗装表面に FWD の荷重を想定して次の動的荷重を作用させる。

$$g(t) = P \sin^2(\pi/t_p) \quad (5)$$

P : 載荷振幅 5000 [kgf]

t_p : 載荷作用時間 0.04 [sec]

センサー位置(表面たわみの着目点)は載荷点中心から 0 [cm], 15 [cm], 45 [cm], 90 [cm], 150 [cm], の5点とし、解析領域は深さ 10[m]、幅 5[m]とする。

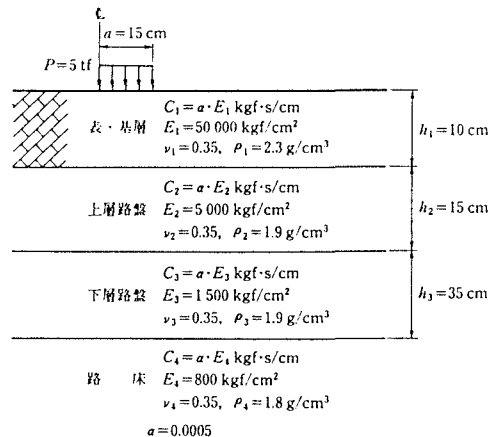


図-1 4層構造モデル

Keywords: 順解析、逆解析、FWD、NASTRAN

〒 350-0394 埼玉県比企郡鳩山町大字石坂 Tel 0492-96-5731(内線 2734)

4. 解析結果

4.1. 順解析の結果について

順解析による結果を図-2 に示す。動的順解析プログラムによる結果と NASTRAN による結果を比較すると、表面たわみがほとんど一致していることがわかる。また、表-1 は NASTRAN に対する動的順解析プログラムの誤差率を示したもののだが、ほとんどのたわみの誤差が 1 % 以下であるので、この表からも結果がほとんど一致していることがわかる。したがって、筆者らの動的順解析プログラムは信頼できるといえる。

わずかに生じた差は、筆者らの要素が 8 節点 4 角形軸対称要素であるのに対し、NASTRAN にはこの要素が存在せず、6 節点 3 角形軸対称要素を用いていることが原因の一つだと考えられる。

なお、表-1 の誤差率の結果については、0.018 [sec]—センサー位置 0[cm]でのたわみが、その点での最大たわみの 80%以上である時刻一から 0.034 [sec]—最も遠いセンサー位置におけるたわみが最大であるときの時刻一の区間について示した。

4.2. 逆解析の結果について

逆解析は 0.018~0.034 [sec]の NASTRAN 解析たわみを用いて行った。逆解析による減衰係数の結果を表-2 に示す。1 層目、2 層目および 3 層目の減衰係数については、誤差率が 1 % 以下であるので、非常に良い解析結果であるといえる。ところが、4 層目の誤差率が 2.93[%]と他の層に比べ値が大きいことに気付く。しかし、これは真値が 0 に近いために誤差率が大きくなったと考えられるので、減衰係数の解析結果は信頼できるといえる。

次に、逆解析による弾性係数の結果を表-3 に示す。弾性係数の誤差率は 3.60~5.95[%]であり、減衰係数の結果に比べると大きい。しかし、弾性係数の 3.60~5.95[%]の差は、たわみにはほとんど影響しないといえるので弾性係数の解析結果についても信頼できるといえる。

《参考文献》

- ¹⁾土木学会土構造物および基礎委員会、
「舗装工学」編集委員会 委員長 阿部頼政：舗装工学
- ²⁾日本エムエスシー株式会社
：NASTRAN ユーザーガイド基礎動解析
- ³⁾下関正義、藤沼平一
：有限要素法プログラミングの実際 [I]

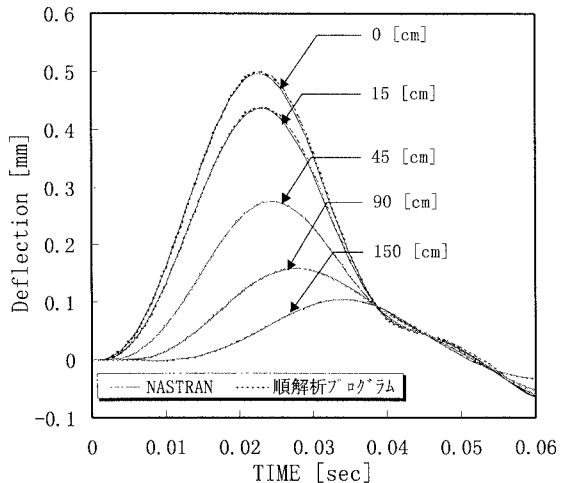


図-2 NASTRAN と動的順解析プログラムの表面たわみの比較

表-1 NASTRAN に対する動的順解析プログラムの表面たわみの誤差率 [%]

Time [sec]	センサー位置 [cm]				
	0	15	45	60	150
0.018	0.42	0.40	0.22	0.37	2.61
0.020	0.49	0.47	0.38	0.70	2.17
0.022	0.62	0.63	0.62	0.95	1.52
0.024	0.79	0.81	0.86	1.08	0.90
0.026	0.92	0.95	1.01	1.06	0.49
0.028	0.95	0.97	1.00	0.93	0.32
0.030	0.83	0.84	0.82	0.70	0.33
0.032	0.55	0.55	0.46	0.39	0.43
0.034	0.11	0.07	0.03	0.05	0.58

表-2 NASTRAN の解析たわみを用いた逆解析結果および真値に対する誤差率（減衰係数）

減衰係数 [kgf・s/cm]	解析値	真値	誤差率 [%]
C ₁	24.900	25.00	0.40
C ₂	2.488	2.50	0.46
C ₃	0.743	0.75	0.95
C ₄	0.388	0.40	2.93

表-3 NASTRAN の解析たわみを用いた逆解析結果および真値に対する誤差率（弾性係数）

弾性係数 [kgf/cm ²]	解析値	真値	誤差率 [%]
E ₁	48199	50000	3.60
E ₂	4778	5000	4.44
E ₃	1414	1500	5.73
E ₄	754	800	5.95