

V-12

FWDたわみの相関性が逆解析に及ぼす影響

東京電機大学 学生会員 黒林 功
 東京電機大学 フェロー会員 松井邦人
 東京電機大学 西山大三

1. はじめに

舗装構造の逆解析は、これまで各センサー間のたわみには相関がないと仮定して行われてきた。¹⁾しかし、FWD試験の実測データの相関性を調べたところ各センサー間同士に顕著な相関があることが明らかになった。そこで本研究ではデータ間に相関があるときの逆解析手法を証明し、実測データに基づく相関のない疑似データと相関のある疑似データを用いて逆解析を行い結果にどうに影響しているか検討した。

本研究で用いた実測データは、平成3年度に行われた第1回FWD共通試験データの609工区の50回計測データである。(図-1参照)

2. 最小二乗法の前提²⁾

1) 測定値の誤差

$$\varepsilon_i = y_i - y_i^0 \quad (i=1 \sim n) \quad (1)$$

には、偏りがない。すなわち、

$$\langle \varepsilon_i \rangle = 0 \quad (i=1 \sim n) \quad (2)$$

である。

2) 測定値の誤差の分散は既知である。

$$\langle \varepsilon_i^2 \rangle = \sigma_i^2 \quad (i=1 \sim n) \quad (3)$$

3) 各測定は互いに独立であり、共分散はゼロとする。

$$\langle \varepsilon_i \varepsilon_{i'} \rangle = 0 \quad (i \neq i', i=1 \sim n, i'=1 \sim n) \quad (4)$$

4) 誤差の分布形は正規分布 (Gauss 分布) である。

$$p(\varepsilon_i) = (2\pi\sigma_i^2)^{-1/2} \exp[-\varepsilon_i^2 / 2\sigma_i^2] \quad (i=1 \sim n) \quad (5)$$

5) m 個 (ただし $m < n$) のパラメータ $\{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ を含むモデル f が知られていて、測定量の真の値 y_i^0 を近似誤差なく再現することのできるパラメータの組 $x^0 = \{x_1^0, x_2^0, \dots, x_m^0\}$ が存在する。

$$y_i^0 = f(q_i^{(1)}, \dots, q_i^{(l)}; x_1^0, x_2^0, \dots, x_m^0) \equiv f_i(x^0) \quad (i=1 \sim n) \quad (6)$$

しかし、実測データの相関を調べてみると何らかの相関があり 3) にあてはまらないことがわかる。実測デ

ータの重相関を表-1 に示す。

表-1 実測データの重相関

	D0	D20	D45	D60	D90	D150
D0	1					
D20	0.920961	1				
D45	0.862281	0.851097	1			
D60	0.67205	0.677677	0.684674	1		
D90	0.378477	0.294524	0.346285	0.369201	1	
D150	0.092858	0.072727	0.26447	0.156786	0.327218	1

3. データ間に相関があるときの逆解析

各層の弾性係数を $\mathbf{E} = \{E_j\}$, ($j=1, \dots, m$)、解析たわみを $\mathbf{z}(\mathbf{E}) = \{z_i(\mathbf{E})\}$, ($i=1, \dots, n$)、それと対応する測定たわみを $\mathbf{u} = \{u_i\}$, ($i=1, \dots, n$)、とする。ここに、 m, n はそれぞれ層数、測点数である。 $\mathbf{C}$ は $n \times n$ の測定たわみの共分散マトリックスである。評価関数は式(7)のようになる。

$$J = [\mathbf{u} - \mathbf{z}(\mathbf{E})]^T \mathbf{C}^{-1} [\mathbf{u} - \mathbf{z}(\mathbf{E})] \quad (7)$$

解析たわみを測定たわみに近づけるための微少変化量を $d\mathbf{E}$ とすると近似的に、

$$\mathbf{z}(\mathbf{E} + d\mathbf{E}) \cong \mathbf{z}(\mathbf{E}) + \mathbf{A}d\mathbf{E} \quad (8)$$

と書くことができる。ここに、 $\mathbf{A} = [\partial \mathbf{z} / \partial \mathbf{E}]$ は $n \times m$

のマトリックスである。式(7)の $\mathbf{z}(\mathbf{E})$ を式(8)の右辺と置き換えると、

$$J = [\mathbf{u} - \mathbf{z}(\mathbf{E}) - \mathbf{A}d\mathbf{E}]^T \mathbf{C}^{-1} [\mathbf{u} - \mathbf{z}(\mathbf{E}) - \mathbf{A}d\mathbf{E}] \quad (9)$$

となる。式(9)は $d\mathbf{E}$ を決定する最適化問題である。 J を最小にする必要条件は、

$$\frac{\partial J}{\partial d\mathbf{E}} = -\mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} [\mathbf{u} - \mathbf{z}(\mathbf{E}) - \mathbf{A}d\mathbf{E}] = 0 \quad (10)$$

である。式(10)を整理すると、

$$\mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A} d\mathbf{E} = \mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} [\mathbf{u} - \mathbf{z}(\mathbf{E})] \quad (11)$$

$\mathbf{A}$ は $n \times m$ なので特異値分解すると式(12)のようになる。

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^T \quad (12)$$

$\mathbf{U}$ は $n \times m$ の矩形マトリックスとなる。 $\mathbf{D}$ は $m \times m$ の対角マトリックス、 $\mathbf{V}^T$ は $\mathbf{V}$ の $m \times m$ の転置マトリックスである。 $\mathbf{U}$ と $\mathbf{V}^T$ 及び $\mathbf{D}^{-1}$ は次式のような特徴がある。

Keywords: FWD、相関、舗装、逆解析

〒350-0394 埼玉県比企郡鳩山町大字石坂 TEL 0492-96-5731 (内線 2734)

$$\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{V} \mathbf{V}^T = \mathbf{I} \quad (13)$$

$$\mathbf{D}^{-1} = \left[\text{diag} \left(\frac{1}{w_j} \right) \right] \quad (14)$$

よって、式(11)は式(15)となる。

$$\mathbf{V} \mathbf{D} \mathbf{U}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^T d\mathbf{E} = \mathbf{V} \mathbf{D} \mathbf{U}^T \mathbf{C}^{-1} [\mathbf{u} - \mathbf{z}(\mathbf{E})] \quad (15)$$

式(15)を整理すると、微小変化量 $d\mathbf{E}$ は以下のようになる。

$$d\mathbf{E} = \mathbf{V} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{U}^T [\mathbf{u} - \mathbf{z}(\mathbf{E})] \quad (16)$$

4. 解析結果

相関のある疑似データと相関のない疑似データを実測データの平均値、標準偏差（表－2参照）と表－1の相関マトリックスを用いて、100組づつのデータを発生させ、それぞれ5組づつの平均を用いて逆解析を行った。相関のない疑似データの重相関を表－3に、逆解析結果を表－4に、またその変動係数を図－2に示す。

逆解析結果の変動係数をみると実測データと相関のある疑似データに対し、相関のない疑似データにはかなりばらつきのある結果となった。

5. まとめ

本研究で得られたことを以下にまとめる。

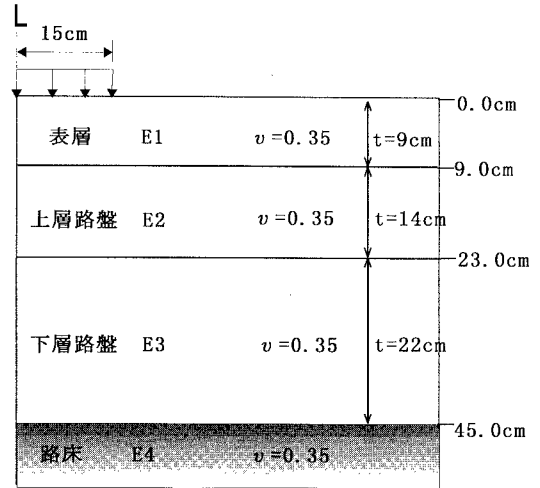
- ① 実測たわみデータには相関があることが明らかになった。
- ② たわみに相関があっても従来の逆解析手法が適用できる。
- ③ 測定データのばらつきが同じでも相関の有無によって、逆解析結果のばらつきに差があり、相関があると逆解析結果のばらつきが小さい。

参考文献

- 1) 松井邦人、井上武美、三瓶辰之：舗装各層の弾性係数を表面たわみから推定する一手法、土木学会論文集、第 420 号/V-13,pp.107-114,1990 年 8 月
- 2) 中川徹、小柳義夫著：最小二乗法による実験データ解析、東京大学出版会

表－2 実測データの平均値と標準偏差

	D0	D20	D45	D60	D90	D150
平均値	1032.8572	814.74883	495.24634	377.61772	243.34596	135.65742
標準偏差	14.01079	11.845181	3.1009638	2.8440337	1.719803	0.9391336



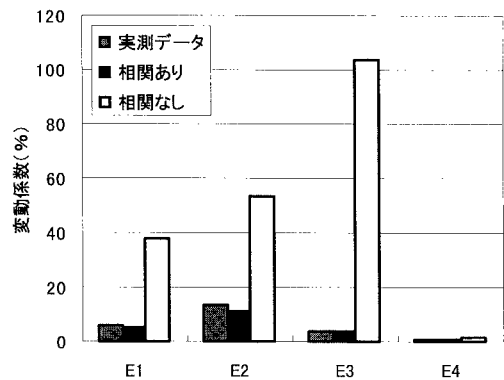
図－1 舗装構造（609 工区）

表－3 相関のない疑似データの重相関

	D0	D20	D45	D60	D90	D150
D0	1					
D20	-0.02239	1				
D45	-0.13574	-0.05439	1			
D60	0.038028	0.074601	-0.00174	1		
D90	-0.01248	-0.06344	-0.13266	0.009682	1	
D150	0.102318	-0.02663	0.054527	-0.02962	-0.0766	1

表－4 逆解析結果

弾性係数	E1	E2	E3	E4
実測データ	32571.07	1640.35	560.18	646.90
相関あり	33148.88	1680.78	571.32	658.53
相関なし	32476.85	1845.87	843.77	663.71



図－2 逆解析結果の変動係数