

IV-478

Timoshenko ばりによるレールのモデル化
および Euler ばりモデルとの比較

新潟大学大学院 学生会員 森岡 泰助
新潟大学 正会員 阿部 和久
東京都交通局 正会員 古田 勝

1. はじめに

車輪・軌道系の振動特性を数値モデルを用い評価予測しようとする試みが近年盛んに行われている。そのモデル化に際し、レールを Timoshenko ばりとしたものと Euler ばりとしたものがあるが、前者は後者に比べせん断変形及び回転慣性をも考慮している点で、より現実的な挙動を再現できるものと考えられる。著者らは Timoshenko ばりの動的応答に対し、時間域 Green 関数を用い、軌道系の解析手法の構成を試みた¹⁾。本研究では文献 1) に示された解析手法を車輪・レール・まくらぎの連成振動解析に適用し、Euler ばりと Timoshenko ばりの振動特性について比較を行う。

2. 解析手法

レール部分の定式過程は文献 1) に基づき、時間域積分表現式に基づいたものを用いる。

空間方向に周期 $2L$ の外荷重を受ける Timoshenko ばりを考える。ここで、はりのたわみ u 、はりの回転角 ψ に関する 2 つの動的状態 (u, ψ) 、 (u^*, ψ^*) を考え、次の積分をとる。

$$\int_{-L}^L [GKA(\psi - \frac{\partial u}{\partial \xi}) * (\psi^* - \frac{\partial u^*}{\partial \xi}) + EI \frac{\partial \psi}{\partial \xi} * \frac{\partial \psi^*}{\partial \xi}] d\xi \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 G はせん断弾性係数、 A はレール断面積、 K はせん断係数、 ξ は軸方向座標、 EI ははりの曲げ剛性である。ここで、式 (1) に対し部分積分を実行し、 u^* が時刻 $\tau = 0$ 、位置 $\xi = x + 2nL$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) に加えた一連の単位パルス力に対する応答であることを考慮すると、最終的に次の積分表現式を得る。

$$u(x, t) = \int_{-L}^L q * u^* d\xi \dots\dots\dots (2)$$

ここで、式 (2) を満たす Green 関数は本来、波数に関する Fourier 積分で与えられるが、はりの振動系に空間方向の周期性を課していることにより、離散化波数法²⁾に基づき Fourier 積分を級数に置き換えることが可能となる。すると、最終的に Green 関数 u^* は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u^*(\xi, \tau) &= \frac{H(\tau)}{2L\rho A} \tau + H(\tau) \sum_{n=1}^{\infty} (B_n \sin \omega_{1,n} \tau + D_n \sin \omega_{2,n} \tau) \cos \frac{n\pi \xi}{L} \\ \omega_{1,n}, \omega_{2,n} &= \sqrt{\frac{a_n}{2}} \pm \sqrt{(\frac{a_n}{2})^2 - b_n} \text{ (複号同順)} \quad , \quad a_n = \frac{GKA}{\rho I} + (\frac{n\pi}{L})^2 \frac{E + GK}{\rho} \quad , \quad b_n = (\frac{n\pi}{L})^2 \frac{GKE}{\rho^2} \\ B_n &= \frac{1}{\omega_{1,n}(\omega_{2,n}^2 - \omega_{1,n}^2)} \frac{1}{\rho AL} [\frac{GK}{\rho} (\frac{n\pi}{L})^2 - \omega_{1,n}^2] \quad , \quad D_n = \frac{1}{\omega_{2,n}(\omega_{1,n}^2 - \omega_{2,n}^2)} \frac{1}{\rho AL} [\frac{GK}{\rho} (\frac{n\pi}{L})^2 - \omega_{2,n}^2] \end{aligned} \right\} \cdot (3)$$

ここで、式 (3) において、 ρ はレールの密度、 $H(\tau)$ は Heaviside のステップ関数である。

車輪・まくらぎは質点でモデル化し、文献 3) の時間積分スキームを適用する。

3. 解析結果

図-1 に示すような、車輪・レール・まくらぎのモデルを考え、レールを Timoshenko ばりとした場合と、Euler ばりとした場合での比較を行う。解析に用いた諸定数を表-1 に示す。なお解析において、まくらぎ間隔は 0.58 m とした。まず、荷重走行速度を 10 m/sec とし、振動の発生源として、レール頭頂面に波長 12.5cm(80Hz)、4.1cm(約 240Hz)、2.4cm(約 400Hz) を主要成分に持つランダムな凹凸波形を与え、解析を行った。中央まくらぎ支持点におけるレールの振動加速度の振幅スペクトルの比較を図-2 に示す。Timoshenko ばりと Euler ばりで、250 Hz 付近までは概ね一致した傾向であることがわかる。250 Hz から 1000 Hz までは Euler ばりの方が若干大きい値を示しているが、1000 Hz 以上の高周波数域では逆に Timoshenko ばりが大きな値を示しており、顕著な差異が確認できる。次に、車輪・レールの接触力の振幅ス

Key Words : 軌道振動解析, Timoshenko ばり, Euler ばり, 時間域積分表現式, Green 関数

連絡先 : 〒950-2181 新潟市五十嵐二の町8050番地 TEL (025) 262-7028 FAX (025) 262-7021

ベクトルの比較を図-3に示す。1000 Hz 付近までは前述の振動加速度の場合と同様の傾向となっているが、1000Hz 以上の高周波数域においては Euler ばりの方が大きい値を示している。

次に、レール頭頂面に正弦波形の凹凸を設定し、定常的な振動状態でレールの振動速度、まくらぎの振動加速度、及び車輪・レールの接触力の振幅と凹凸波長との関係を求めた結果を図-4,5,6にそれぞれ示す。なお、荷重の走行速度は 20 m/sec とし、凹凸波長とその振幅との関係は文献 4) を参考に与えた。図-4 では凹凸波長 0.2 m 以下の領域では Timoshenko ばりと Euler ばりとではほぼ同様の傾向が得られたが、凹凸波長 0.2 m 以上では、Euler ばりの方が大きい値を示しており、傾向もかなり異なっていることがわかる。図-5 では、凹凸波長 0.03 m から 0.2 m までは両者同様の傾向を示しているが、それ以外の領域では若干、値に差が生じていることがわかる。図-5 では凹凸波長 0.03m までは同じような傾向は得られたが、全体的に Euler ばりの値が大きく、特に 0.2m 以上の領域ではその差が顕著となっている。また、原因は明らかでないが凹凸波長 0.02m において Timoshenko ばりの値がかなり大きく出ている。

以上より、Timoshenko ばりと Euler ばりとの差は 1000Hz 以上の周波数域に加え、100Hz 以下の比較的低い周波数域でも生ずる可能性のあることが確認できた。

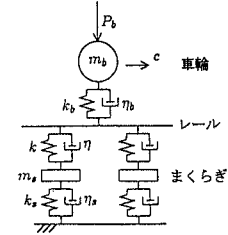


図-1 解析モデル

表-1 解析条件		
輪重	m_b (Kg)	350
接触ばね定数	k_b (MN/m)	2000
接触減衰係数	η_b (KN-s/m)	0
レール曲げ剛性	EI (MN-m ²)	4.0376
レールせん断弾性係数	G (MN/m ²)	0.773
せん断係数	K	0.34
レール質量	ρA (Kg/m)	50.4714
軌道パッドばね定数	k (MN/m)	110
軌道パッド減衰係数	η (KN-s/m)	100
まくらぎ質量	m_s (Kg)	102.5
防振パッドばね定数	k_s (MN/m)	9
防振パッド減衰係数	η_s (KN-s/m)	100

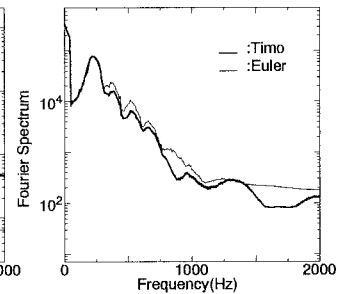
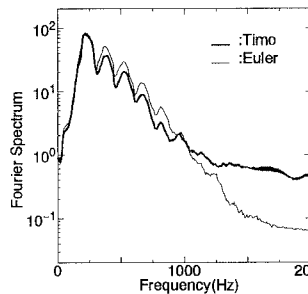


図2 レールの振動加速度の振幅スペクトル 図3 レール・車輪の接触力の振幅スペクトル

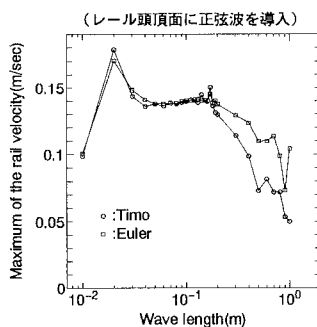


図4 レールの振動速度と凹凸波長の関係

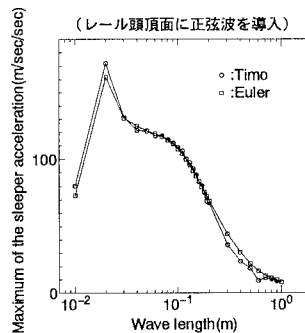


図5 まくらぎの振動加速度と凹凸波長の関係

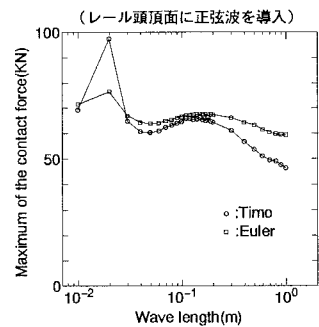


図6 車輪・レールの接触力と凹凸波長の関係

参考文献

- 1) 阿部和久・森岡泰助・古田勝:Timoshenko ばりを用いた軌道振動系のモデル化, 構造工学論文集, Vol.44A, 1998-3.
- 2) Bouchon, M. and Aki, K., Discrete wavenumber representation of seismic source wave fields, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **67**, 259-277, 1977.
- 3) 阿部和久: 積分方程式法に基づく時間積分法の動弾性有限要素・境界要素結合法への適用, 境界要素法論文集, Vol.14, 1997-12.
- 4) 石田誠・三浦重・河野昭子: 軌道動的応答モデルとその解析結果, 鉄道総研報告, Vol11, No2, 1997-2.