土木学会第53回年次学術講演会（平成10年10月）

IV－183　不完備情報下での共同社会基盤整備のための純便益配分法に関するゲーム論的考察

京都大学大学院　学生員 ○ 榊原　弘之　京都大学大学院　学生員　五十部　渉
京都大学防災研究所　正員　岡田　憲夫　京都大学防災研究所　正員　多々納　裕一

1. はじめに　多目的ダム事業等の複数プレイヤーによる共同社会基盤整備事業を促進するためには，各プレイヤーの利害を調整する主体(計画調整主体)の役割が重要となる．協力により増加する純便益の配分の決定はそのなかでも重要な調整項目である．本研究では，不完備情報下で便益の値または負担可能オプションをプレイヤー自らが表明するメカニズムを想定し，2 種類の純便益配分ルールのもとでのプレイヤーの行動をゲーム理論に基づきモデル化する．さらに期待均衡における事業の成立確率を求め，両配分ルールの適用領域を検討する．

2. 配分ルール

(1) 純便益均等化配分ルール　協力ゲーム理論の解概念の一つであるシャプレイ値による純便益配分法 [1]は，プレイヤーが 2 人のとき以下のように定式化される．異なる目的を代表するプレイヤー $i\ (i=1,2)$が，共同で事業を実施するとする．各プレイヤーが単独で行動した場合の便益を 0(原点)とし，事業が成立したときに各プレイヤーに帰着する便益(の増分)をそれぞれb^1，b^2とする．また事業費用をCで表す．社会的に見て事業実施が望ましいための条件は，$b^1+b^2 \geq C$であり，純便益の大きさはb^1+b^2-Cである．シャプレイ値による配分値は純便益を等分したものとなる．これはプレイヤー間で別払い(Side Payment)が行われていることを意味し，各プレイヤーの負担額 (x^1,x^2)は次式により表される．

$$(x^1,x^2)=\left(\frac{b^1-b^2+C}{2},\frac{-b^1+b^2+C}{2}\right) \qquad (1)$$

各プレイヤーの便益に関する情報が不完備な [2]状況を想定する．両プレイヤーと，計画調整プレイヤーが有している情報は，Cと，b^1，b^2の上限・下限を示す値$(L_{\max}{}^1, L_{\min}{}^1)$，$(L_{\max}{}^2, L_{\min}{}^2)$のみであるとする．本論文では$L_{\min}{}^1+L_{\min}{}^2 \leq C$すなわち事業の成立が確定的でない状況を想定する．計画調整プレイヤーは，プレイヤーが便益の大きさとして表明した値s^1, s^2に基づいて負担割合を決定するとする．ただし，$s^1+s^2 \leq C$の場合は，事業は実施されないものとする．(1)式に従って負担額が決定されるとした場合，(s^1,s^2)が与えられた時のプレイヤー 1, 2 の得る純便益は，次式により表される．

$$(y^1,y^2)=\begin{cases}\left(b^1-\dfrac{s^1-s^2+C}{2},\ b^2-\dfrac{-s^1+s^2+C}{2}\right) & (s^1+s^2 \geq C)\\ (0,0) & (s^1+s^2 \leq C)\end{cases} \qquad (2)$$

(2) 負担可能オプション選択ルール　次に，固定的な有限個の負担オプションを設定し，プレイヤーに対して負担可能かどうか表明させ，それに基づいて負担額を決定する計画調整手法を想定する [3]．プレイヤー 1 の負担額として，R_1とR_2の 2 個のオプションを設定する．プレイヤー 2 は残りの$C-R_1$，$C-R_2$を負担する．このとき事業と負担オプションの組み合わせとして，2 つの計画案が存在する．これらをそれぞれR_1A，R_2Aと呼ぶこととする．現状SQとこれらの間の選好関係(タイプ)は，各プレイヤーについてそれぞれ次の 3 通りのタイプが存在する．

プレイヤー 1

タイプ 1: $R_1A \succ R_2A \succ SQ$，タイプ 2: $R_1A \succ SQ \succ R_2A$
タイプ 3: $SQ \succ R_1A \succ R_2A$

プレイヤー 2

タイプ 1: $R_2A \succ R_1A \succ SQ$，タイプ 2: $R_2A \succ SQ \succ R_1A$
タイプ 3: $SQ \succ R_2A \succ R_1A$

(1)と同様の不完備情報下においてプレイヤー 1 の各選好関係(タイプ)j の客観的な生起確率P_j^1は，次のように与えられる．

$$P_1^1=\begin{cases}1 & (L_{\min}{}^2 \geq R_2)\\ \dfrac{L_{\max}{}^1-R_2}{L_{\max}{}^1-L_{\min}{}^1} & (L_{\max}{}^1 \geq R_2)\\ 0 & (L_{\max}{}^1 < R_2)\end{cases} \qquad (3)$$

$$P_3^2=\begin{cases}1 & (L_{\max}{}^1 \leq R_1)\\ \dfrac{R_1-L_{\min}{}^1}{L_{\max}{}^1-L_{\min}{}^1} & (L_{\min}{}^1 \leq R_1)\\ 0 & (L_{\min}{}^1 > R_1)\end{cases} \qquad (4)$$

$$P_2^1=1-P_1^1-P_3^1 \qquad (5)$$

3. プレイヤーによる戦略の選択

(1) 純便益均等化配分ルールの場合　プレイヤーは自ら

キーワード　純便益配分法，ゲーム理論，不完備情報，社会的効率性
連絡先　〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄　京都大学防災研究所　TEL 0774-38-4038, Fax 0774-38-4044

の獲得する純便益の期待値が最大となるような表明を選択するため，表明された値(s^1, s^2)は各プレイヤーの戦略と考えることができる．プレイヤーの戦略決定のための規範として，相手プレイヤーが常に真の値を報告すると予測するケース（真の表明に対する最適反応）と，相手プレイヤーが表明を偽る可能性を考慮するケース（期待均衡における選択）の 2 つが考えられる．本論文では完全な期待均衡が実現した場合を想定する．このとき，各プレイヤーが選択する戦略(s^1, s^2)は，ベイジアン均衡点[2]に一致する．(s^1, s^2)をそれぞれ(b^1, b^2)の線形の関数で与えられると仮定すると，プレイヤー 1 の最適な戦略(s^{1*})は次式の通りである．

$(3L_{\max}{}^1 - L_{\max}{}^2 \le 3C)$のとき

$$s^{1*} = \begin{cases} \dfrac{2}{3}b^1 + \dfrac{3C + L_{\max}{}^1 - 3L_{\max}{}^2}{12} \\ (\dfrac{3C + L_{\max}{}^1 - 3L_{\max}{}^2}{4} \le b^1) \\ b^1 \\ (b^1 < \dfrac{3}{4}C - \dfrac{L_{\max}{}^1 - 3L_{\max}{}^2}{4}) \end{cases} \tag{6}$$

$(3L_{\max}{}^1 - L_{\max}{}^2 > 3C)$のとき

$$s^{1*} = \begin{cases} C - L_{\min}{}^2 \\ (\dfrac{9C - L_{\max}{}^1 + 3L_{\max}{}^2 - 12L_{\min}{}^2}{12} \le b^1) \\ \dfrac{2}{3}b^1 + \dfrac{3C + L_{\max}{}^1 - 3L_{\max}{}^2}{12} \\ (b^1 \le \dfrac{9C - L_{\max}{}^1 + 3L_{\max}{}^2 - 12L_{\min}{}^2}{12}) \\ L_{\min}{}^1 \\ (b^1 < \dfrac{-3C - L_{\max}{}^1 + 3L_{\max}{}^2}{8}) \end{cases} \tag{7}$$

$C \le L_{\max}{}^1$の場合，真の表明に対する最適反応[4]よりもs^{1*}が大きい．

(2)負担可能オプション選択ルールの場合　負担可能オプション選択ルールを適用したとき，タイプ 2 またはタイプ 3 の場合プレイヤーが偽りの表明を行うインセンティブが存在しないことは証明可能である．しかしタイプ 1 の場合はタイプ 2 であると偽の表明を行なう可能性が存在する．$b^1 \ge \varepsilon^1 > R_1$，$b^2 \ge \varepsilon^2 > C - R_2$の場合は，各プレイヤーが真の表明を行なうとする．プレイヤー 1 がタイプ 1 の場合，真の表明を行った場合とタイプ 2 であると偽の表明を行った場合の獲得純便益の期待値はそれぞれ次式で表される．なお$P^2(b^2 \ge \varepsilon^2)$は$b^2$が$\varepsilon^2$を上回る確率を意味する．

$$\begin{aligned} &P^2(b^2 \ge \varepsilon^2) \times (b^1 - 0.5 \times R_1 - 0.5 \times R_2) \\ &+ P^2(\varepsilon^2 \ge b^2 \ge C - R^2) \times (b^1 - R_2) \end{aligned} \tag{8}$$

$$P^2(b^2 \ge \varepsilon^2) \times (b^1 - R_1) \tag{9}$$

プレイヤー 1 が真の表明をするときには，(8)式が(9)式を上回る必要がある．ここではP_j^iがすべて正の値を取るようなR_1，R_2に限定して考える．期待均衡では$(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$に関して次式が成立する．

$$\begin{aligned} &\frac{L_{\max}{}^2 - \varepsilon^2}{L_{\max}{}^2 - L_{\min}{}^2}(\varepsilon^1 - 0.5R_1 - 0.5R_2) + \frac{\varepsilon^2 - (C - R_2)}{L_{\max}{}^2 - L_{\min}{}^2}(\varepsilon^1 - R_2) \\ &= \frac{L_{\max}{}^2 - \varepsilon^2}{L_{\max}{}^2 - L_{\min}{}^2}(\varepsilon^1 - R_1) \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} &\frac{L_{\max}{}^1 - \varepsilon^1}{L_{\max}{}^1 - L_{\min}{}^1}\{\varepsilon^2 - 0.5(C - R_1) - 0.5(C - R_2)\} \\ &+ \frac{\varepsilon^1 - R_1}{L_{\max}{}^1 - L_{\min}{}^1}\{\varepsilon^2 - (C - R_1)\} \\ &= \frac{L_{\max}{}^1 - \varepsilon^1}{L_{\max}{}^1 - L_{\min}{}^1}(\varepsilon^2 - (C - R_2)) \end{aligned} \tag{11}$$

4. 社会的効率性に関する検討　計画調整主体は，プレイヤーの行動規範を想定し，実行すべき（純便益が正の）事業が確実に実行される確率がより高い方の配分ルールを採択すべきと考えられる．

純便益均等化配分ルールの場合，双方のプレイヤーが偽りの申告を行っても事業が成立するための条件は，(6),(7)式より

$$b^1 + b^2 \ge \frac{3C + L_{\max}{}^1 + L_{\max}{}^2}{4} \tag{12}$$

負担可能オプション選択ルールの場合も，(10),(11)式を解くことによって$(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$を解析的に求めることができ，それによって事業が成立する領域が特定できる．$L_{\min}{}^1 = L_{\min}{}^2 = 0$の場合について比較した結果，$L_{\max}{}^1$と$L_{\max}{}^2$の差（プレイヤーの便益の不確実性の程度の差）が大きいとき，負担可能オプション選択ルールの方が成立確率が高くなることが明らかになった．このことから，負担可能オプション選択ルールは，便益の大きさに関する不確実性（上限値と下限値の幅）がプレイヤー間でばらつきの大きい場合に適用するのに適しているといえよう．

参考文献　1)榊原：流域規模の水資源再配分としてみたダム再開発プロジェクトの費用・便益配分問題に関する研究，京都大学修士論文，1997. 2)岡田：ゲーム理論，有斐閣，1996. 3)五十部：不完備情報下におけるダムの更新整備のための計画調整方式に関する研究，京都大学卒業論文，1998. 4)榊原，五十部，多々納，岡田：水資源開発プロジェクトにおける不完備情報下での純便益配分法の社会的効率性に関する基礎的考察，土木学会関西支部，1998.