土木学会第53回年次学術講演会（平成10年10月）

IV－181

ﾈｯﾄﾜｰｸ資源配分に関する一般的問題の定式化と最適解法に関する研究

立命館大学理工学部　正　員　春名　攻*
立命館大学大学院　学生員○滑川　達*
立命館大学大学院　学生員　伊藤壮央*

1．はじめに

近年の建設工事では、我が国の厳しい財政事情により、限られた財源を有効に活用した効率的な公共事業の執行が強く要請されている。そして、このためには公共工事の無駄を極力排除して、一層のｺｽﾄ縮減を推進していくことが必要である。このような状況を考えると、最小ｺｽﾄとなるように工事用資源の投入資源量を決定したり、より科学的かつ体系的な分析を通して工期をできる限り短縮化したｽｹｼﾞｭｰﾙを求める努力を払っておくことが、重要になってくるものと考える。

このため、本研究では、工事費用が最小となる最適投入資源量と最適ｽｹｼﾞｭｰﾙの同時決定問題を最適化ﾓﾃﾞﾙとして定式化するとともに、この問題をﾅｯﾌﾟｻｯｸ問題として捉え、DP 手法の適用を中心として効率的な解法の開発研究を行った。そこでは、我々がこれまで行ってきた工程ﾈｯﾄﾜｰｸのﾄﾎﾟﾛｼﾞｶﾙな特性分析に関する研究成果を効果的に活用している。

2．工事費用構成に関するﾓﾃﾞﾙ構築上の考え方

さて、ここでは、建設工事の施工過程が工程ﾈｯﾄﾜｰｸで表現されており、それとともに工程ﾈｯﾄﾜｰｸを構成する各作業に対しては、最適な工事用資源の種類（機種・職種）は既に与えられているものと考える。即ち、作業 j $(j=1,\cdots,n)$ に必要な資源 i $(i=1,\cdots,m)$ の延べ投入必要資源量 W_{ij} は、一義的に確定値として求められていると仮定する。このとき、資源投入に伴う必要ｺｽﾄ Z は、投入資源量が全工程を通して一定であると仮定することにより、式(1)に示すような建設工事全体の延べ使用資源量に比例するｺｽﾄ、建設工事全体に対する延べ投入資源量に比例するｺｽﾄ、ならびに、これらに無関係な固定費用によって構成される、と考えることとした。

$$Z=\sum_i\sum_j W_{ij}\cdot c_i^1+\sum_i S_i\cdot\lambda\cdot c_i^2+q \tag{1}$$

c_i^1；単位資源量・単位時間あたりの資源 i の使用費用、S_i；単位時間への資源 i の投入量、λ；工期、c_i^2；単位資源量・単位時間あたりの資源 i の存置費用、q；仮設費等の固定費用

ここで、延べ使用資源量に比例するｺｽﾄと固定費用は、ｽｹｼﾞｭｰﾙによって変化しない固有な値であるため、資源投入に伴う必要ｺｽﾄ Z の最小化は、延べ投入資源量に比例するｺｽﾄの最小化と同義となる。また、延べ投入資源量は、延べ遊休資源量と、固有な値である延べ使用資源量の和であるから、延べ投入資源量に比例するｺｽﾄの最小化は、式(2)に示すような延べ遊休資源量に比例するｺｽﾄ Z' の最小化と同義となる。

$$Z'=\sum_i r_i\cdot c_i^2 \tag{2}$$

r_i；工程全体を通しての延べ遊休資源量

即ち、これまで示してきた問題は、結果として、総遊休費用を最小にする資源の最適投入量と最適ｽｹｼﾞｭｰﾙの同時決定問題に帰着することがわかる。

3．ﾓﾃﾞﾙの定式化とその最適解法の開発

いま、前述したｶｯﾄﾈｯﾄﾜｰｸに対してｲﾆｼｬﾙﾚﾍﾞﾙを設定し、遊休費用を資源の投入量と工期の関数 $C^L(S,\lambda)$ と表すこととする。このとき、関数 $C^L(S,\lambda)$ は、ｶｯﾄﾈｯﾄﾜｰｸにおけるﾚﾍﾞﾙを用いて式(3)のように分解することができる。従って、遊休費用を最小化する資源の最適投入量・最適ｽｹｼﾞｭｰﾙの同時決定問題を、ｶｯﾄﾈｯﾄﾜｰｸにおける最適資源配分問題として、次のように定式化することができる。

Minimize

$$C^L(\mathrm{S},\lambda)=\sum_{e=1}^{N}c_e^L(\max_{1\le e\le N}\mathrm{S}_e,\lambda_e) \tag{3}$$

$$S_e=S_e(M_e^1,\cdots,M_e^R) \tag{4}$$

Subject to

$$\max_{1\le e\le N}S_e=S \tag{5}$$

$$\sum_{e=1}^{N}\lambda_e=\lambda\qquad(\lambda^{min}\le\lambda\le\lambda^{max}) \tag{6}$$

Keyword:建設プロジェクト計画、工程計画、最適資源配分問題
*〒525-8577　草津市野路東 1-1-1　　Tel/Fax (077)561-2736

$$\sum_{e=1}^{N} \boldsymbol{M}_e^k = \boldsymbol{M}^k \qquad (k=1,\cdots,R) \tag{7}$$

$\boldsymbol{S}$；工事用資源の投入量ﾍﾞｸﾄﾙ（$\boldsymbol{S}=(S^1,\cdots,S^m)$ S^i；資源 i の投入量）、λ：工期、λ^{min}：工期の下限値、λ^{max}；工期の上限値、e；ｶｯﾄﾈｯﾄﾜｰｸにおけるﾚﾍﾞﾙ（$e=1,\cdots,N$）、$c_e^l(\ )$；ﾚﾍﾞﾙ e のｶｯﾄでの遊休費用、$\boldsymbol{S}_e$；ﾚﾍﾞﾙ e のｶｯﾄにおいて最大の単位時間あたりの必要資源量ﾍﾞｸﾄﾙ（$\boldsymbol{S}_e=(S_e^1,\cdots,S_e^m)$ S_e^i；ﾚﾍﾞﾙ e のｶｯﾄにおいて最大の単位時間あたりの資源 i の必要資源量）、λ_e；ﾚﾍﾞﾙ e のｶｯﾄに配分される所要時間、$\boldsymbol{M}_e^k$；ﾚﾍﾞﾙ e のｶｯﾄにおいてﾙｰﾄ k に配分される投入資源量ﾍﾞｸﾄﾙ　($\boldsymbol{M}_e^k=(\boldsymbol{M}_e^{k1},\cdots,\boldsymbol{M}_e^{km})$
M_e^{ki}；ﾚﾍﾞﾙ e のｶｯﾄにおいてﾙｰﾄ k に配分される資源 i の資源量)、$\boldsymbol{M}^k$；ﾙｰﾄ k への延べ投入必要資源量ﾍﾞｸﾄﾙ（$\boldsymbol{M}^k=(\boldsymbol{M}^{k1},\cdots,\boldsymbol{M}^{km})$；ﾙｰﾄ k への延べ投入必要資源量)

以上がﾓﾃﾞﾙの定式化であるが、その内容からも明らかなように、この問題を解くためには、式(4)の値 $\boldsymbol{S}_e$ を求める必要がある。いま,上述の定式化を上位ﾕﾆｯﾄと考えれば、$\boldsymbol{S}_e$ の値を求める機能をもつ下位ﾕﾆｯﾄに上位ﾕﾆｯﾄが与えられる情報は $(\boldsymbol{M}_e^1,\cdots,\boldsymbol{M}_e^R)$ および λ_e となる。ここで $(\boldsymbol{M}_e^1,\cdots,\boldsymbol{M}_e^R)$ ならびに λ_e は、

$$j \in \mathrm{C}_e \cap j \notin \mathrm{C}_{e+1} \quad (\mathrm{C}_e \prec \mathrm{C}_{e+1}) \tag{8}$$

の条件を満たすような作業(群)が現在ｶｯﾄ C_e までに確実に終了する範囲で与えられる。

このとき、明らかに下位ﾕﾆｯﾄでは、必要資源量 $(\boldsymbol{M}_e^1,\cdots,\boldsymbol{M}_e^R)$ と所要時間 λ_e として与えられた入力情報のもとで、現在のｶｯﾄ C_e に含まれる作業の実施を保証できる最小の投入量を求めるため、以下のような部分問題を解くことが要求される。即ち、ここでは、この部分問題を各ﾙｰﾄの資源量を各単位時間に割り付けるための最適資源配分問題として、次のように定式化する。

Minimize

$$\boldsymbol{S}_e(\boldsymbol{M}_e^1,\cdots,\boldsymbol{M}_e^R)=\max_{1\le t\le \lambda_e} \boldsymbol{s}_{et}(\boldsymbol{M}_{et}^1,\cdots,\boldsymbol{M}_{et}^R) \tag{9}$$

Subject to

$$\sum_{t=1}^{\lambda_e} \boldsymbol{M}_{et}^k = \boldsymbol{M}_e^k \qquad (k=1,\cdots,R) \tag{10}$$

$\boldsymbol{s}_{et}$；ﾚﾍﾞﾙ e のｶｯﾄにおける単位時間 t の必要資源量ﾍﾞｸﾄﾙ（$\boldsymbol{s}_{et}=(s_{et}^1,\cdots,s_{et}^m)$　s_{et}^i：ﾚﾍﾞﾙ e のｶｯﾄにおける単位時間 t の資源 i の必要資源量)、$\boldsymbol{M}_{et}^k$；ﾚﾍﾞﾙ e のｶｯﾄにおける単位時間 t においてﾙｰﾄ k に配分される投入資源量ﾍﾞｸﾄﾙ（$\boldsymbol{M}_{et}^k=(M_{et}^{k1},\cdots,M_{et}^{km})$；ﾚﾍﾞﾙ e のｶｯﾄにおける単位時間 t においてﾙｰﾄ k に配分される投入資源量)

さらに、この部分問題の定式化における資源配分問題としての分解が、ｶｯﾄ C_e では次のような状態になる。つまり、ｶｯﾄ C_e が工程ﾈｯﾄﾜｰｸの始点から終点への順方向(同一方向)に向かう作業のみで構成されており、作業の実施がｶｯﾄ C_e 上の時間の流れに沿って行われているため、この部分問題は、DP の基本原理である最適性の原理が適用でき、評価関数を次のような繰返しの関数方程式に変換することができる。

$$\boldsymbol{S}_{e\lambda_1}(\boldsymbol{M}_e^1,\cdots,\boldsymbol{M}_e^R)=\boldsymbol{s}_{e\lambda_1}(\boldsymbol{M}_e^1,\cdots,\boldsymbol{M}_e^R) \tag{11}$$

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{S}_{e\lambda_e}(\boldsymbol{M}_e^1,\cdots,\boldsymbol{M}_e^R)\\&=\min_{0\le \boldsymbol{M}_{e\lambda_e}^k \le \boldsymbol{M}_e^k}\Big[\max\{\boldsymbol{s}_{e\lambda_e}(\boldsymbol{M}_{e\lambda_e}^1,\cdots,\boldsymbol{M}_{e\lambda_e}^R),\\&\qquad\qquad \boldsymbol{S}_{e\lambda_e-1}(\boldsymbol{M}_e^1-\boldsymbol{M}_{e\lambda_e}^1,\cdots,\boldsymbol{M}_e^R-\boldsymbol{M}_{e\lambda_e}^R)\}\Big]\end{aligned} \tag{12}$$

ここで、全体問題は、この問題がﾌｨｰﾄﾞﾊﾞｯｸのないｼｽﾃﾑとしてのｶｯﾄﾈｯﾄﾜｰｸでの資源配分問題として設定されているので、上述の部分問題の場合と同様に、最適性の原理を適用することができ、次のような繰返しの関数方程式として変換することができる。

$$\boldsymbol{C}_1^L(\boldsymbol{S},\lambda)=\boldsymbol{c}_1^l(\boldsymbol{S},\lambda) \tag{13}$$

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{C}_N^L(\boldsymbol{S},\lambda)\\&=\min_{\substack{0\le \boldsymbol{S}_N\le \boldsymbol{S}\\ 0\le \lambda_N\le\lambda\\ (\lambda^{min}\le\lambda\le\lambda^{\max})\\ 0\le \boldsymbol{M}_N^k\le \boldsymbol{M}^k}}\Big\{\boldsymbol{c}_N^1\big(\boldsymbol{S}_N(\boldsymbol{M}_e^1,\cdots,\boldsymbol{M}_e^R),\lambda_N\big)\\&+\boldsymbol{C}_{N-1}^L\Big(\max\big(\boldsymbol{S}_N(\boldsymbol{M}_N^1,\cdots,\boldsymbol{M}_N^R),\boldsymbol{S}_{N-1}(\boldsymbol{M}^1-\boldsymbol{M}_N^R,\cdots,\boldsymbol{M}^R-\boldsymbol{M}_N^R)\big),\lambda-\lambda_N\Big)\Big\}\end{aligned} \tag{14}$$

以上に述べてきたように、最適解法として DP を適用することにより、最小遊休費用ならびに資源の最適投入量、最適工期を厳密に求めることができる。さらにそのときのｽｹｼﾞｭｰﾙは、全体問題で最適解となった部分問題の決定変数ﾍﾞｸﾄﾙの合成を行うことによって、容易に表現できる。

4．おわりに

本研究では、建設工事のﾄｰﾀﾙｺｽﾄの最小化をめざして、資源の遊休費用が最小となる最適投入資源量と最適ｽｹｼﾞｭｰﾙの同時決定問題を最適化ﾓﾃﾞﾙとして定式化するとともに、DP 手法の適用を中心として効率的な解法の開発研究を行った。即ち、本研究では、ｶｯﾄ間順序関係を構造化したｶｯﾄﾈｯﾄﾜｰｸを作成することにより、元の工程ﾈｯﾄﾜｰｸにおける資源配分問題が、このｶｯﾄﾈｯﾄﾜｰｸにおける最適資源配分問題に変換した階層型ﾓﾃﾞﾙとして定式化できることを示すとともに、このﾓﾃﾞﾙ構造に適した解法の開発を行った。

参考文献

春名攻, 滑川達, 櫻井義夫；工事用資源の最適投入量決定問題に関する理論的研究, 建設マネジメント研究・論文集 vol.5, 土木学会建設マネジメント委員会, 1997,12