土木学会第53回年次学術講演会（平成10年10月）

IV-104

流域下水道の自発的な整備方式とその費用配分方法に関するゲーム論的研究

水資源開発公団　正員　○高野 浩一　京都大学大学院　学生員　榊原 弘之
京都大学防災研究所　正員　岡田 憲夫　京都大学防災研究所　正員　多々納 裕一

1　はじめに

我が国の社会システムにおいても近年,「分権化」が進められつつある．このような変革に際して，流域下水道整備事業をはじめとした各種の公共事業の計画においても，今後は分権的な計画の枠組みが要請されてくるであろう．本研究では，このような施設整備における「効率性を保証する自発的な意思決定システム」の検討を目的とし，ゲーム理論を援用した分析方法の提案を行う．

2　協力グラフと物理的ネットワーク

本研究では，ゲーム理論における協力グラフに着目する．協力グラフは 2 主体間の 1 対 1 の協力関係の集合であり，グラフとして表現される．まず，想定する全ての主体の集合を N と定義する．たとえば，$N=\{A,B,C\}$ として「主体 A と B，B と C の間に協力関係がある場合」,「全ての 2 主体間に協力関係がある場合」の協力構造を図式化すると図 1 (a)，(b) のようになる．

(a) 一部の 2 主体間に協力関係がある協力グラフ　(b) 全ての 2 主体間に協力関係がある協力グラフ

図 1: 協力グラフの例

ここで，協力グラフ g の数学的表現を示そう．N の構成員 i，j が互いに直接的な協力関係にあるとき，i と j の間にリンク (ij) を描くことでそれをグラフとして表現する．すなわち，協力構造は N 内に存在する線分 (ij) の集合として与えられるグラフ g として定義される．ノード集合 N の下で，可能な全ての協力グラフを完全グラフ g^N と呼ぶことにすれば，g^N は次式で定義されるから，

$$g^N=\{(ij)|i,j\in N, i\neq j\} \tag{1}$$

N の構成員間のグラフ g は g^N の部分集合として以下のように定義される．

$$g\subseteq g^N \tag{2}$$

さらに，グラフ g の集合を $\mathcal{G}$ とすれば，$\mathcal{G}$ は，

$$\mathcal{G}=\{g|g\subseteq g^N\} \tag{3}$$

のように定義できる．

協力構造 g の下でサブグループ S $(S\subseteq N)$ 内の協力構造を与える部分グラフを $h(S,g)$ と表記し，以下のように定義する．

$$h(S,g)=\{(ij)|i,j\in S,(ij)\in g\} \tag{4}$$

部分グラフ $h(S,g)$ において，$i,j\in S$ について $(ij)\in h(S,g)$ であるか，あるいは $(ik_1),(k_1k_2),\ldots,(k_lj)$ となる $k_1,k_2,\ldots,k_l\in S$ が存在するならば，$h(S,g)$ において i，j は「S 上で連結されている (connected)」という．i，j が連結されているとき，i，j は直接的または間接的にサブグループ S 内で協力関係にあることを示している．提携分割パターンを，協力構造 g によって連結されている主体の集合 $S^j(g)$ による N の分割 N/g として定義する．$S^j(g)$ は N 上で主体 j と直接または間接的協力関係にある主体の集合であり，次式で与えられる．

$$S^j(g)=\{i|i \text{ and } j \text{ are connected by } g, i\in N\} \tag{5}$$

このとき，N 内の提携分割パターン N/g は次式で表される．

$$N/g=\{S^j(g)|j\in N\} \tag{6}$$

本研究では，協力グラフにおけるノード（主体）を「地域」として解釈する．物理的ネットワークは協力グラフに対応して定義される．物理的ネットワークは，提携 S の上に定義されるグラフ構造をとる．S 上のグラフ構造を $f(S)$ と定義し，これを物理的ネットワークと呼ぶ．実現可能な $f(S)$ の集合を $\mathcal{F}(S)$ と定義する．$f(S)$ におけるノード，リンクは，物理的ネットワークにおいてそれぞれ,「地域」,「地域間の下水輸送の関係」と解釈される．

協力グラフ g は，N/g により提携分割パターンを規定する．いま $S\in N/g$ となる提携 S を考えよう．提携 S は，S 内に含まれる全ての地域が少なくとも間接的には協力関係にあることを意味しており，この S に対応して費用 $C(S)$ が定まるものとする．その上で，S 上に実態としての施設より構成される物理的ネットワーク $f(S)$ を一意的に対応づけることを考える．このような対応づけの方法は無数に存在するが，提携が個別の地域の配分費用の最小化行動の一環として形成されていることを考慮すれば，提携 S によって条件づけられる費用を最小とするネットワークを対応づけることが合理的であろう．このような協力グラフと物理的ネットワークの関係を図 2 に示す．

そこで，まず水資源の輸送量，および地理的条件は与件であるとする．このとき，提携 S に対して定まる，最も効率的な物理的ネットワークの建設費用 $C(S)$ は，物理的ネットワーク f を有するサブグループ S 内の建設費用の和を $c(f,S)$ として，

$$C(S)=\min_{f\in\mathcal{F}(S)} c(f,S) \tag{7}$$

キーワード：流域下水道，費用配分，ゲーム理論

京都大学防災研究所（〒611 宇治市五ケ庄，TEL 0774-38-4038，FAX 0774-32-3093）

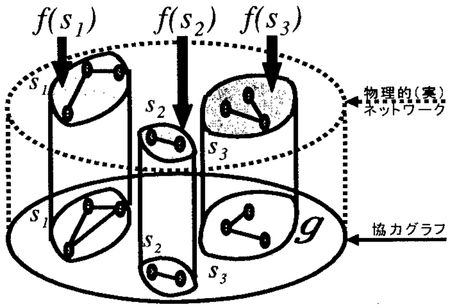

図 2: 協力グラフと物理的ネットワーク

と定義される．このとき，S について最も費用効率的となる物理的ネットワーク $f^E(S)$ は，$f^E(S) = \arg\min_{f\in\mathcal{F}(S)} c(f,S)$ と与えられるとすると，$C(S)$ は，$C(S)=c(f^E(S),S)$ となる．提携 S は「会計的に閉じた主体の集合」であることから,「提携 S 内で割り振られるべき費用」である費用関数値 $C(S)$ に提携 S により実現できる最少の費用を与えることは妥当であろう．このことは後述する費用配分ルールにおいて,「提携内会計（収支)」として条件づけられている．つまり，費用配分は，社会的なつながりをもつ主体の間で行われ，物理的なつながりをもつ主体の間で建設費用を割り振ることは，むしろその特殊なケースであると考えるのである．

なお，このように定義された $C(S)$ は，任意の S_1，S_2 $(S_1,S_2\subset S, S_1\cap S_2=\emptyset)$ に対して，$C(S_1)+C(S_2)\geq C(S_1\cup S_2)$ として示される劣加法性の条件式を満たす．$C(N)$ についても同様であることから，費用関数は S，N について自動的に劣加法性を満たす．

3 物理ネットワークの自発的形成ルール

本研究では費用配分ルールとして，Myerson value [1] を導入する．これは，協力グラフ g に対して主体（地域）i の費用配分額 $W_i(C,g)$ を対応づける費用配分ルールであり，次の 2 条件を満たす．

$$\sum_{i\in S} W_i(C,g)=C(S)\ \ (\forall S\in N/g) \tag{8}$$

$$W_i(C,g)-W_i(C,g-(ij)) = W_j(C,g)-W_j(C,g-(ij))\ \ (\forall (ij)\in g\in\mathcal{G}) \tag{9}$$

(8) 式による配分概念は「提携内会計収支（component balance)」と，(9) 式による配分概念は「対等交渉力（equal bargaining power)」と呼ばれる．なお，g^N における配分解は，費用関数 C におけるシャプレイ値に一致する．費用関数は劣加法的であるため，(10) 式が常に満たされる．

$$W_i(C,g)-W_i(C,g-(ij)) = W_j(C,g)-W_j(C,g-(ij))\leq 0\ (\forall (ij)\in g\in\mathcal{G}) \tag{10}$$

すなわち，協力関係の形成により当該 2 地域にとって配分費用増とはならないことが保証される．したがって，S に含まれる全ての地域は，費用関数値 $C(S)$ として実現可能な最小限の額として与えることへのインセンティブを持つことになる．

次に，Myerson value が想定する 2 地域間の協力関係の形成・解消のプロセスは，非協力ゲームとしての均衡概念と，次のような関係が得られる．まず，2 地域間の協力関係の形成は，当該 2 地域の合意によってのみ行われ，解消は，当該 2 地域のうち，一方の地域の意思で自由に行うことができると考える．その上で，均衡概念として，「ペア安定性（pairwise stability）[2]」,「弱安定性（weak stability）[3]」と呼ばれる 2 つの均衡概念について考える．これらの詳細な説明 [2] は割愛するが，本研究で定義した自動的に劣加法性が満たされる費用関数においては，以下の特性が挙げられる．(1) ペア安定性，弱安定性ともに，必ず g^N を均衡解とする．他に均衡解が存在する複数均衡の状態が生じても，g^N 以外の他の均衡解 g^* における配分解 $W(C,g^*)$ は，g^N における費用配分解 $W(C,g^N)$ に一致し，配分解としての均衡解はただ 1 つだけ定まる [2,3]．(2) このとき均衡概念としてペア安定性を導入することで，主体が自発的に均衡解へ至ると解釈できる．また弱安定性を導入することで，主体は自己拘束的に均衡解を維持すると考えられる．

以上をまとめると，次の公理が導かれる．

(1) 社会的なネットワーク（協力グラフ）上に物理的ネットワークを設定することにより，費用関数に劣加法性を保証することができる．(2) その結果，配分ルールとして Myerson value を用いれば，pairwise stable，weakly stable な協力グラフは必ず存在し，そのとき配分解は，$W(C,g^N)$ に一致する．(3) g^N において建設される物理的ネットワーク $f^E(N)$ は，N の下で最も効率的である．

本研究ではさらに，流域下水道整備事業を対象としたモデル分析を行ったが，その結果については，紙幅の都合上，講演時にゆずる．

4 おわりに

本研究では，流域下水道整備事業を対象として，ネットワーク型水資源施設整備の自発的な形成のための費用配分ルールの提案を行った．今後は，時間軸の考慮，外部性の取り扱い方などの問題を検討して行きたい．

[参考文献]

1) Myerson,R.B. : Graphs and Cooperation in Games, Mathematics of Operations Research, Vol.2, No.3, pp.225-229, 1977. 2) Jackson,M.O. and Wolinsky,A. : A Strategic Model of Social and Economic Networks, J. Economic Theory **71**, pp.44-74, 1996. 3) Dutta,B. and Mutuswani,S. : Stable Networks, J. Economic Theory **76**, pp.322-344, 1997. 4) 高野浩一：ネットワーク型水資源施設整備の自発的形成のための費用配分ルールに関する研究-流域下水道事業を対象として，京都大学修士論文，1998.