

Ⅲ-B 432

地盤材料の分岐構造の画像逆解析

東北大学	正員	○ 齊木 功
東北大学	学生員	村上真也
大阪産業大学	正員	佐野郁雄
東北大学	正員	池田清宏
東北大学	正員	寺田賢二郎

1. まえがき

地盤材料において、すべり面生成は重要な破壊形態の一つである。その際の終局強度を合理的に評価するためには、すべり面の発生、進展といった進行性の破壊過程を考慮する必要がある。この進行性破壊のシミュレーションは盛んに行われているが、現在でも未解決の問題である。そこで本研究では、進行性破壊のメカニズムの解明の一助として、すべり面を含む材料の写真を元に、その材料がそれまでにどのような変形履歴を経てきたかを推定することを試みた。

具体的には、何らかの方法で可視化されたすべり面を含む材料の写真をイメージスキャナにより数値化し、2重 Fourier 変換により周波数領域へ変換する。各周波数の振幅の相对比较に加え、群論的分岐理論を用いることにより、その材料の変形履歴を推定する。

2. 分岐構造とその2重 Fourier 級数表示

周期境界を持つ長方形領域の変形パターンと分岐の仕組みは、群論的分岐理論により次のように求められている¹⁾。

$$C_{\infty v} \times \tilde{C}_{\infty v} \xrightarrow{DI_{n\tilde{n}}} OB_{n\tilde{n}}^{\pm} \rightarrow EC_{n\tilde{n}kl}^{\pm} \rightarrow OB_{m\tilde{m}}^{\pm} \rightarrow EC_{m\tilde{m}kl}^{\pm}$$

ここに、 $\times$ は群の直積を表し、 $C_{\infty v}$ 、 $\tilde{C}_{\infty v}$ 、 $DI_{n\tilde{n}}$ 、 $OB_{n\tilde{n}}^{\pm}$ 、 $EC_{n\tilde{n}kl}^{\pm}$ は対称性を表す群を意味する。それぞれの対称性を満足する Fourier 級数項は池田ら²⁾により以下のように求められている。

(1) 主経路からの分岐解

主経路上から $DI_{n\tilde{n}}$ 、 $OB_{n\tilde{n}}^{\pm}$ 不変な分岐経路が発生する。長方形領域を

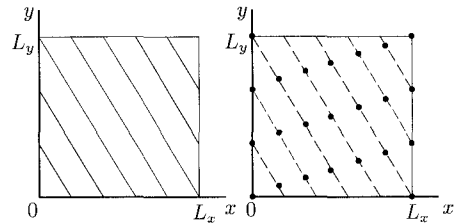
$$\{(x, y) | 0 \leq x \leq L_x, 0 \leq y \leq L_y\} \quad (1)$$

とすると、 $DI_{n\tilde{n}}$ 不変な解を表す Fourier 級数項は

$$\cos 2\pi n \frac{x}{L_x} \cos 2\pi \tilde{n} \frac{y}{L_y} \quad (2)$$

と表される。ここに、 $n, \tilde{n}$ は自然数である。これは一般にダイヤモンドパターンと呼ばれ、シェルの座屈などによく見られるパターンである。 $OB_{n\tilde{n}}^{\pm}$ 不変な Fourier 級数項は

$$\cos 2\pi \left(n \frac{x}{L_x} \pm \tilde{n} \frac{y}{L_y} \right) \quad (3)$$



(a) ストライプパターン (b) エシェロンモード

図-1 $C_{\infty v} \times \tilde{C}_{\infty v}$ 同変系の代表的な分岐モードの模式図

と表される。これは一般にストライプパターンと呼ばれ、図-1(a)に示すような変形を表す。

(2) $OB_{n\tilde{n}}^{\pm}$ 不変経路からの分岐解

$OB_{n\tilde{n}}^{\pm}$ 不変経路からは、 $OB_{m\tilde{m}}^{\pm}$ 、 $EC_{n\tilde{n}kl}^{\pm}$ 不変な分岐経路が発生する。 $OB_{m\tilde{m}}^{\pm}$ 不変な Fourier 級数項は

$$\cos 2\pi \left(m \frac{x}{L_x} \pm \tilde{m} \frac{y}{L_y} \right) \quad (4)$$

で表される。ここで $m, \tilde{m}$ は $n/m = \tilde{n}/\tilde{m} \geq 2$ を満たす整数であり、波の粗大化を意味する。

$EC_{n\tilde{n}kl}^{\pm}$ 不変な Fourier 級数項は、 $n, \tilde{n}$ が互いに素な場合、 $l=0$ となり、 $m, \tilde{m}$ を

$$m\tilde{n} \pm \tilde{m}n = jk, \quad j = 1, 2, \dots \quad (5)$$

を満たす自然数とすれば、

$$\cos 2\pi \left(m \frac{x}{L_x} \pm \tilde{m} \frac{y}{L_y} \right) \quad (6)$$

と表される。これは一般にエシェロンモードと呼ばれ、図-1(b)に示したような雁行状の周期的な変形を表す。図中、破線と黒丸で示した点はそれぞれの点で同じ物理量を有することを意味する。

3. 変形モードの遷移履歴の推定

解析に用いた画像を写真-1に示す。これは、カオリンパウダーを蒸留水で練り合わせたカオリン粘土を圧密した後、一軸圧縮試験を行い、樹脂により固化させ、切断、研磨を行い、薄片としたものの偏光顕微鏡による写真である³⁾。このうち、図-2(a)に示す範囲を解析対象とした。この画像の濃淡をイメージスキャナにより解像度 64×64 、階調 2^8 のデジタルデータへ変換し、2重 Fourier 変換し、以下のように変形履歴を推定した。

Key Words: すべり面, 分岐, 群論, 画像解析

東北大学 工学部 土木工学科 〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉
Phone 022-217-7419 Fax. 022-217-7418

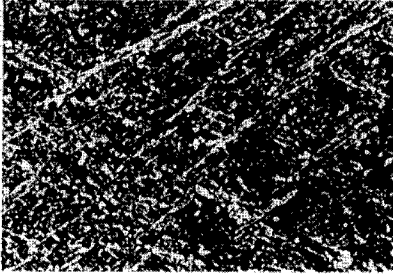


写真-1 カオリン粘土の一軸圧縮供試体

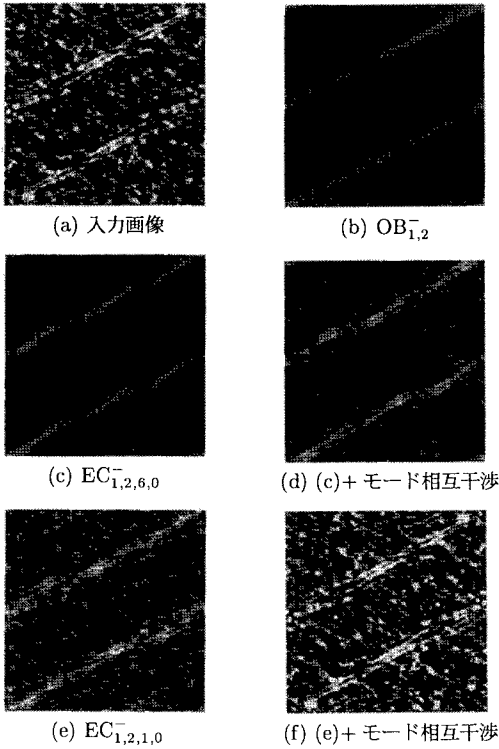


図-2 推定されたカオリン粘度の変形履歴

(1) 1次分岐モードの推定

各 Fourier 級数のうち、 $\cos 2\pi(nx - \bar{n}y)$ の低周波領域を表-1に示した。表に示した振幅は、全項の振幅の絶対値の和に占める各項の振幅の割合で、以下、振幅比と呼ぶこととする。この表にある $(n, \bar{n}) = (1, 2)$ は全 Fourier 級数項のうち、最も振幅が大きい。また表中、太字で示した級数項 $(n, \bar{n}) = (2, 4), (3, 6)$ は、 $(n, \bar{n}) = (1, 2)$ と同じ $OB_{1,2}$ の対称性を持ち、その振幅も同程度のオーダーを持っている。さらに、これらの項を含む $OB_{1,2}$ 不変な $(n, \bar{n}) = (1, 2)$ の整数倍の波数を持つ Fourier 級数項の振幅比の合計は 2.17% と大きい。したがって、この材料は、まず、 $OB_{1,2}$ の対称性を持った分岐解 $\cos 2\pi(x - 2y)$ が発生し、同じ対称性を持つ整

 表-1 $\cos 2\pi(nx - \bar{n}y)$ の振幅比 ($\times 10^{-4}$)

$\bar{n} \setminus n$	0	1	2	3	4	5	6
0	0	11	4	16	23	7	10
1	33	10	3	3	13	3	11
2	18	66	16	5	6	9	13
3	11	23	4	4	13	1	21
4	4	3	47	5	0	21	8
5	8	6	16	30	6	11	9
6	14	12	5	28	1	4	6

数倍の波がモードインタラクションを起こし図-2(b) のようになったと考えられる。

(2) 2次以降の分岐モードの推定

$OB_{1,2}$ 不変な 1 次分岐経路からの 2 次分岐モードを考える。2 次分岐経路としては $OB_{m\bar{m}}$ もしくは $EC_{m\bar{m}kl}$ の対称性を持つモードが考えられる。ところが、1 次分岐経路は $OB_{1,2}$ 不変性を持つため、これ以上のストライプパターンの粗大化は考えられず、 $EC_{1,2,k,0}$ 不変なモードに限定される。そこで、各 k の値ごとに振幅比を求めると、 $k = 6$ で 2.46% と最大となった。したがって、2 次分岐点から $EC_{1,2,6,0}$ 不変な解へ分岐したと考えられる。このときの材料の変形を図-2(c)に示す。その後、同じ $EC_{1,2,6,0}$ の対称性を持つ $k = 12, 18, \dots$ に対応するモードがモードインタラクションにより連成し、材料は図-2(d)のように変形したと考えられる。事実、これらの級数項の振幅比の合計は 13% と大きく、支配的である。

以後、同様に考えると、この材料は $EC_{1,2,3,0}$ 不変な分岐経路を経て、 $EC_{1,2,1,0}$ 不変な図-2(e)のような変形となったと考えられる。さらにモードインタラクションによって最終的に図-2(f)のような変形へ至ったと考えられる。

以上をまとめると、この材料は

$C_{\infty v} \times \bar{C}_{\infty v} \rightarrow OB_{1,2} \rightarrow EC_{1,2,6,0} \rightarrow EC_{1,2,3,0} \rightarrow EC_{1,2,1,0}$ のように多段階の分岐を経て、徐々に対称性を喪失していったことになる。

4. あとがき

本研究によって、図-2(a)のような非常に複雑な状態の材料の変形履歴が、群論的分岐理論を用いて客観的に同図(b)~(f)のように推定することができた。この結果は、材料の変形が分岐現象、ひいてはその系の持つ対称性により支配されるという著者らの考えを強く裏付けるものである。

参考文献

- Ikeda, K., Murota, K. and Nakano, M.: Echelon modes in uniform materials, *Int. J. Solids & Structures* 31, pp.2709-2733, 1994.
- 池田清宏, 中沢正利, 水木麻雄: 周期境界を持つ長方形領域の分岐パターン解析, 構造工学論文集, Vol. 44A, 1998.
- 西村正人: 粘土のせん断帯の幾何形状に関する研究, 修士論文, 大阪産業大学, 1997.