III－B 429

岩質材料の均質化粘弾性解析に関する研究

名古屋大学大学院工学研究科　学生員　○藤井 直樹
名古屋大学大学院工学研究科　正会員　清木 隆文
名古屋大学大学院工学研究科　正会員　市川 康明

1. はじめに

近年、地下空間への需要が高まり地盤材料の研究が重要視されている。一般に地盤材料が時間依存変形挙動を示すことはよく知られている。本研究では、構成モデルを一般化マックスウェルモデルで表せる粘弾性体とし、均質化法 (Homogenization Method)[1]を用いた時間依存性数値解析を試みる。

2. 粘弾性体への均質化法の適用

均質化法はミクロレベルで非均質な構造が周期的かつ規則的に配列された物体に対して、その構造を反映したマクロレベルの材料定数を求め、さらにマクロな解析解からミクロな解を求めることができる理論である。粘弾性問題については弾性・粘弾性対応原理[2]よりラプラス変換を施した支配方程式を弾性問題と相似な形で解くことができるが、本研究においては、増分形の定式化によりラプラス変換を用いずに解を求めることとした。

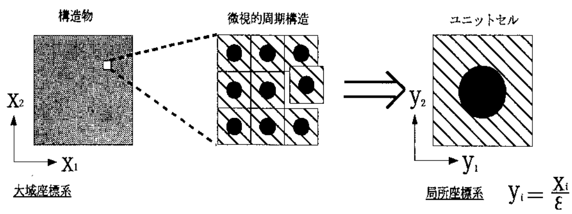


図1 均質化法の概念

粘弾性問題に対し時間区分 $[t, t+\Delta t]$ について記述すると

つり合い式
$$\frac{\partial \Delta\sigma^{\varepsilon}_{ij}}{\partial x_j} + \Delta f^{\varepsilon}_i + \left(f^{*\varepsilon}_i + \frac{\partial \sigma^{*\varepsilon}_{ij}}{\partial x_j} \right) = 0 \qquad \text{in } \Omega^{\varepsilon} \tag{1}$$

構成則　一般化マックスウェルモデルによる構成方程式は離散系で次のように書ける。

$$\Delta\sigma_{ij} = 2\hat{G}\,\Delta e_{ij} + 3\hat{K}\,\Delta\bar{\varepsilon}_{ij} - \Delta s^v_{ij} - \Delta\bar{\sigma}^v_{ij} = \bar{D}_{ijkl}\,\Delta\varepsilon_{kl} - \Delta\sigma^v_{ij} \tag{2}$$

$$\hat{G} = G_0 + \frac{\eta^s_\infty}{\Delta t} + \sum_i \frac{G_i}{\Delta t}\left(1 - \exp\left(-\Delta t/\tau^s_i\right)\right) \qquad \hat{K} = K_0 + \frac{\eta^s_\infty}{\Delta t} + \sum_i \frac{K_i}{\Delta t}\left(1 - \exp\left(-\Delta t/\tau^v_i\right)\right)$$

$$\Delta s^v_{ij} = 2\frac{\eta^s_\infty}{\Delta t}\Delta e^*_{ij} + \sum_i \left(1 - \exp\left(-\Delta t/\tau^s_i\right)\right) s^*_{ij} \qquad \Delta\bar{\sigma}^v_{ij} = 2\frac{\eta^s_\infty}{\Delta t}\Delta\bar{\varepsilon}^*_{ij} + \sum_i \left(1 - \exp\left(-\Delta t/\tau^v_i\right)\right)\bar{\sigma}^*_{ij}$$

ここで$\hat{G}$はせん断緩和関数、$\hat{K}$は体積緩和関数であり、それぞれ第1項目は瞬間弾性的な性質、第2項目は粘性流体的な性質、第3項目は応力緩和を示す性質を表す。

以上、粘弾性問題に対し支配方程式が導かれたので均質化理論を導入するとユニットセルにおける微視問題と、全体構造物における巨視問題についてそれぞれつぎの微分方程式が得られる。

微視問題 (ユニットセル)：マクロとミクロを結ぶ局所形における特性関数を

$$\Delta u^1_k(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}; t) = \chi^{pq}_k(\boldsymbol{y}; t)\frac{\partial \Delta u^0_p}{\partial x_q} + \Delta\psi_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}; t) + c(\boldsymbol{x}) \tag{3}$$

と定義すると、ユニットセルにおける微視的問題 (弱形式) が次のように得られる。

$$\left[\int_Y (\bar{D}^{(n)}_{ijop}\,\frac{\partial \chi^{kl(n)}_o}{\partial y_p} - \bar{D}^{(n)}_{ijkl})\frac{\partial V_i}{\partial y_j}\,dY\right]\Delta\varepsilon^{0x}_{kl} + \int_Y (\bar{D}^{(n)}_{ijop}\,\frac{\partial \psi_o}{\partial y_p} + \Delta\sigma^v_{ij})\frac{\partial V_i}{\partial y_j}dY \;=\; 0 \tag{4}$$

キーワード：均質化法、粘弾性、マクスウェルモデル
連絡先：〒466-0814 名古屋市千種区不老町 名古屋大学工学研究科地圏環境工学専攻　tel 052-789-5415

巨視問題（全体構造物）：ユニットセルに対する平均化$<\bullet>=\frac{1}{|Y|}\int_Y \bullet dy$ を施すとつぎの巨視問題が得られる。ここで D^H_{ijkl} はミクロな幾何構造を反映したマクロな定数であることから均質化弾性定数とよばれる。

$$\frac{\partial\{D^H_{ijkl}\Delta\varepsilon^{0x}_{kl}\}}{\partial x_j} = \frac{\partial<\Delta\sigma^v_{ij}>}{\partial x_j} - <\Delta f^\varepsilon_i> - <f^{*\varepsilon}_i> - \frac{\partial<\sigma^{*\varepsilon}_{ij}>}{\partial x_j} \tag{5}$$

$$D^H_{ijkl} = \frac{1}{|Y|}\int_Y (\bar{D}_{ijkl} + \bar{D}_{ijop}\frac{\partial\chi^{kl}_o}{\partial y_p})\, dY$$

3. 数値解析

解析例として図2に示すような地下深部の岩盤中に複数の穴が周期的に配置されている構造物の時間依存性挙動について考察する。対象とする岩盤構造物は花崗岩の均質な構造体であり、地下2000mの深さにあるものと仮定して、構造物の上面に自重に相当する等分布荷重をかけて数値解析を行った。

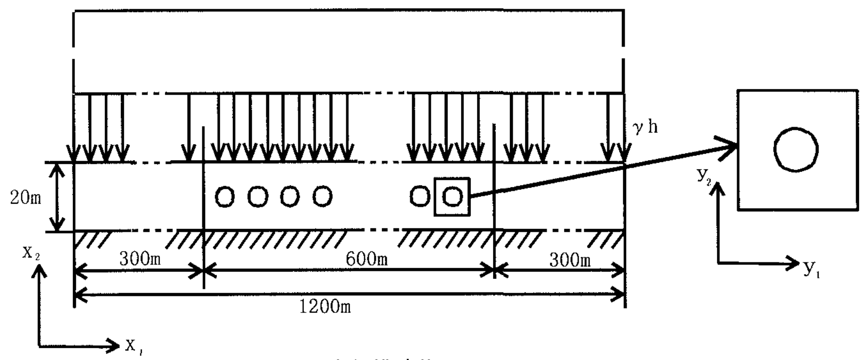
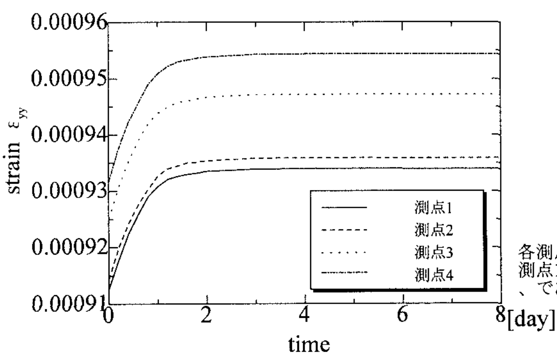


図2 岩盤構造物

表1 花崗岩の材料物性値

G_0	G_1	G_2	τ_1	τ_2	K_0
17.2	0.513	0.2873	17.24	90.91	31.25

$$G(t) = G_0 + G_1\exp(-t/\tau_1) + G_2\exp(-t/\tau_2)$$
$$K(t) = K_0$$



各測点の高さは構造物の中央水平方向の位置は左端から、測点1（50m）、測点2（290m）、測点3（310m）、測点4（590m）、である。

図3 各測点におけるクリープ挙動

4. まとめ

粘弾性挙動を示す岩盤構造物を一般化マクスウェルモデルで表し、時間差分で定式化し均質化法を用いて構造物のクリープ挙動を表すことができる。その結果この構造物の材料や位置の差によりその挙動に違いがある分かる。今後さらに詳細に岩盤の挙動を調べるために、岩盤を数種類の鉱物からなる複合材料としてこれを均質化解析する方法があることを提案してゆく。

参考文献

1) E.Sanchez-Palencia: Non-homogeneous media and vibration theory; Lecture notes in phisics, Springer-Verlag, 1980

2) 草間孝志、三井康司、吉田俊弥: 数値ラプラス逆変換による線形粘弾性解析; 土木学会論文報告集, 第292号, pp.41-52, 1979年12月