

Ⅲ-B 426

損傷の進展を考慮した構成式と数値計算結果の考察

法政大学 学 白石保律

法政大学 正 草深守人

法政大学 浅井宏太

1. はじめに : 地下発電所用空洞等の大規模岩盤構造物の建設では、岩盤の断層や破碎帯などの大規模な地質不連続性が岩盤構造物の力学挙動に大きな影響を与えることから、調査、設計、施工の各段階において多くの注意が払われている。一方、節理や亀裂などの中小規模の分布不連続面に関しては、構造物の規模が大きくなるに従ってその影響が無視できなくなることが数多くの現場計測結果から明らかにされており、岩盤力学における中心的研究課題の一つとなっている。このような中で、材料中の微小空隙や微小クラックのような微視的なレベルにおける欠陥の力学的効果を連続的な変数場として把握することにより、材料中の微視的欠陥の発達とそれに伴う材料の挙動を考察する損傷力学の応用が注目されてきた。本文では、材料内に生じる損傷の進展を考慮した硬化型弾塑性構成式を整理し、その特性を2、3の具体的な数値計算例から考察した。

2. 損傷モデルの構成式 : 熱力学的な考察により損傷モデルの構成関係を整理し、硬化型の弾塑性構成式の定式化をおこなった。Helmholtzの自由エネルギー密度 ψ は客観性の原理を満たすと仮定することにより、内部状態変数を用いて誘導形として次式のように表される。

$$\psi = \tilde{\psi}(\varepsilon_{ij}^e, D) \quad (1)$$

また、Clausius-Duhemの不等式とHelmholtzの自由エネルギー密度 ψ を全微分することにより散逸不等式が次式のように表される。

$$\sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}^p + Y\dot{D} \geq 0 \quad (2)$$

上式左辺の Y はひずみエネルギー密度開放率と呼ばれ、次式で与えられる。

$$Y = \rho \frac{\partial \psi}{\partial D} \quad (3)$$

次に、散逸ポテンシャル $\bar{F}$ を導入する。式(2)の散逸不等式の各項は2つの量の積の形をしている。そこで、それぞれの項においてどちらかの量を1つとり一般化力 $\mathbf{W}$ としてまとめ、残りの変数の組を一般化速度 $\mathbf{J}$ として以下のようにまとめる。

$$\mathbf{W} = (\sigma_{ij}, Y), \quad \mathbf{J} = (\dot{\varepsilon}_{ij}^p, \dot{D}) \quad (4)$$

この一般化速度 $\mathbf{J}$ の構成関係を与えるために、通常の塑性論で定義されている塑性ポテンシャルに相当する散逸ポテンシャル $\bar{F}$ を導入して、次式の関係を仮定する。

$$\mathbf{J} = \lambda \frac{\partial \bar{F}}{\partial \mathbf{W}} \quad (5)$$

ここで λ は非負のスカラー乗数であり、一般化速度 $\mathbf{J}$ は次式のように表される。

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial \bar{F}}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \dot{D} = \lambda \frac{\partial \bar{F}}{\partial Y} \quad (6)$$

微視的な力学的考察から、散逸ポテンシャル $\bar{F}$ は等方硬化塑性材料のDrucker-Prager降伏関数 f を用いて関連流れ則を仮定することにより次式のように表される。

$$\bar{F} = f + \frac{Y^2}{2S(1-D)} H(\varepsilon_{eq}^p - \varepsilon_d^p) \quad (7)$$

ここで、

$$f = \frac{1}{1-D} \frac{\sqrt{3}J_{2D} - \alpha J_1 \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}\alpha} - \bar{k} \quad (8)$$

$$\bar{k} = \frac{\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}\alpha} \left(\kappa + \frac{1 - \sqrt{3}\alpha}{\sqrt{3}} H' \int d\varepsilon_{eq}^p \right) \quad (9)$$

J_{2D} : 偏差応力の第二不変量

J_1 : 応力の第一不変量

α, κ : 材料パラメータ

H' : 硬化パラメータ

S : 損傷のエネルギー強度

以上より3次元損傷モデルにおける等方硬化弾塑性構成式は次式のように表される。

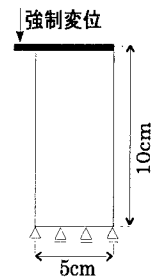
$$d\sigma_{ij} = \{E_{ijkl}(1-D) - D_p\} d\varepsilon_{kl} - E_{ijkl} \dot{D} \varepsilon_{kl}^e \quad (10)$$

ここで、

$$D_p = \frac{E_{ijtu}(1-D) \frac{\partial f}{\partial \sigma_{tu}} E_{rskl}(1-D) \frac{\partial f}{\partial \sigma_{rs}}}{h + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} E_{mnpq}(1-D) \frac{\partial f}{\partial \sigma_{pq}}}$$

$$h = \frac{\partial F_D}{\partial Y} \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e - \frac{\partial f}{\partial D} \right) - \frac{\partial f}{\partial \bar{k}} \frac{d\bar{k}}{d\varepsilon_{eq}^p} C \sqrt{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}}$$

3. 損傷モデルを用いた解析および考察 : 同一の具体的問題に対して非損傷モデルと損傷モデルを用いた有限要素解析結果から、式(10)に示す損傷モデルの構成式が損傷の影響を表し得るのかについて考察をおこなった。ここで非損傷モデルとはDrucker-Pragerの降伏関数を用い、関連流れ則を



仮定したモデルである。まず、図1に示すモデルの解析結果として、損傷・非損傷モデルにより得られた応力-ひずみ曲線と損傷の進展図を図2に示す。

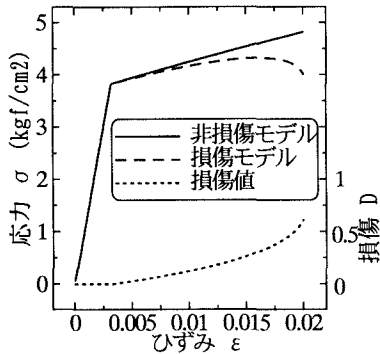


図 2: 応力-ひずみ曲線と損傷進展

図2より損傷モデルは非損傷モデルに対し巨視的にはひずみ軟化を示しており、これは材料内の塑性ひずみの増加に伴う損傷の進展により引き起こされていることがわかる。次に、図3に示す斜面の掘削問題の解析を行った。有限要素法による斜面の掘削問題においては、弾塑性解析（非損傷モデル）による水平方向の変位が図4（点線が変形前、実線が変形後）に示すように山側に移動し実状に合わないという問題点が指摘されている。しかしながら、損傷モデルによると図5に示すように掘削底盤上部付近で地山が谷側に変形しており、損傷力学の導入はこの問題点を解決する有力な手法の一つと考えられる。損傷分布図を図6に、非損傷モデルの相当塑性ひずみ分布図を図7に、損傷モデルによる相当塑性ひずみ分布図を図8に示す。図7と比較して図8は掘削面だけでなく法尻部にも塑性ひずみが進行しており、法尻部を含む全体破壊的なモードを示すように思われる。

4. 結論：熱力学的考察から損傷モデルの構成関係を整理することにより、硬化型弾塑性構成式を具体的に示し、これを組み込んだ有限要素プログラムを開発した。さらに地盤の掘削問題を中心とした具体例を解析し、従来の弾塑性解析との比較を行った。その結果、提案する構成式が材料内に発生する損傷とその進展過程を表現できるものであることを示した。

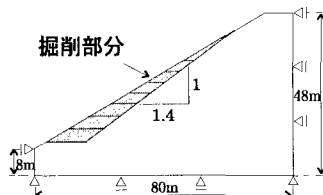


図 3: 解析モデル

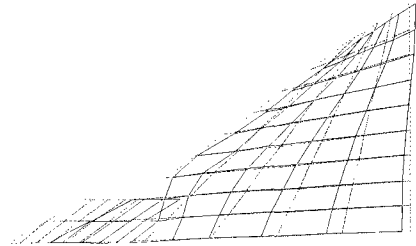


図 4: 変形図 X 方向 (非損傷モデル)

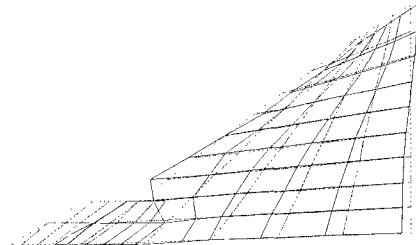


図 5: 変形図 X 方向 (損傷モデル)

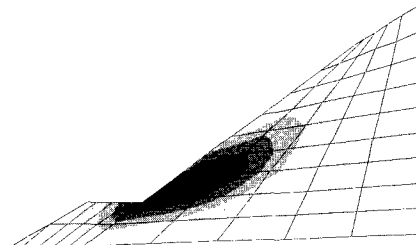


図 6: 損傷分布

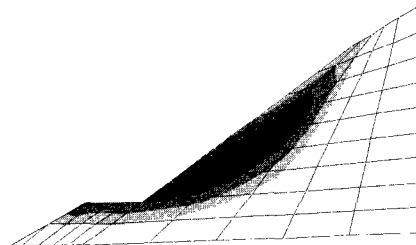


図 7: 相当塑性ひずみ分布 (非損傷モデル)

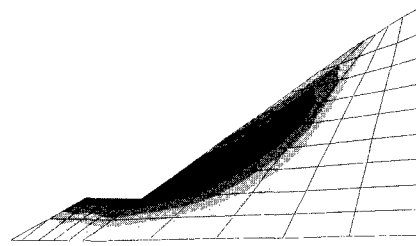


図 8: 相当塑性ひずみ分布 (損傷モデル)