土木学会第53回年次学術講演会（平成10年10月）

III－B 423

地中温度制御システム実用化に関する研究(1) —最適制御—

中央大学　学生員　井上 崇,　須磨 桂一
中央大学　正会員　川原 睦人

1. はじめに

我国の気候では、一年に一回ほど競技場の芝生を張り替えるという面倒な作業が行なわれている。芝生には夏芝と冬芝の二種類があり、これは、手間暇もかかり、張り替えた芝生が根付くまでの期間 (約一ヵ月) 競技場が使用できず、収益も減り不経済である。このような問題点を考慮し解決するために、制御システムの構築が考えられた [1]。具体的には、地中に通水パイプを埋設し、境界条件によってパイプ内に流す水の温度を調整して、地中の温度を制御するというものであり、年間を通じて新鮮な芝生を維持することを目的としている。この制御システムを競技場に適用するために、実際の地盤を用いた様々な実験や数値解析が行なわれているが、制御実験を行うためには、地盤の熱伝導現象を正確にシミュレーションする必要があり、その物性値の一つである地盤熱伝導率を同定解析によりあらかじめ求める必要がある。また、制御解析においては、最適制御理論がよく採用されるが、この場合、全制御対象時間の境界条件があらかじめ必要となる。よって本論文では、実際の自然条件と実現化しうる制御装置を考慮にいれ、制御システムに適用可能であると思われる数値解析手法を示し、地中温度制御システムの信頼性を検討している。

2. 基礎方程式

モデルの温度の計算値θを得るために、次に示すような３次元非定常熱伝導方程式を適用する。

$$\rho C_p \dot{\theta} - \beta(\theta_{,xx} + \theta_{,yy} + \theta_{,zz}) = 0 \qquad (1)$$

ここで、t は時間、ρC_pは密度× 比熱、βは熱伝導率、θは温度を表す。ただし、内部発熱量がないため、右辺の外力項は 0 としてある。

有限要素法によって、基礎方程式を空間方向に離散化し、そして、クランク・ニコルソン法によって、有限要素方程式を時間方向に離散化すると、次式を得る。

$$\left(\boldsymbol{M} + \frac{\Delta t}{2}\boldsymbol{S}\right)\boldsymbol{\theta}^{k+1} = \left(\boldsymbol{M} - \frac{\Delta t}{2}\boldsymbol{S}\right)\boldsymbol{\theta}^{k} \qquad (2)$$

ここで、M、$\boldsymbol{S}$は、それぞれ熱容量行列、熱伝導行列を表し、Δt は時間増分量、kは時間ステップを表す。

3. 最適制御

最適制御問題 [2] を取り扱う際に、評価関数を定義する必要がある。評価関数は、目的点での状態量である地中温度の計算値と設定値、操作点での操作量の計算値と参照値の残差二乗和の型になっている。この評価関数が最小になるときの操作量が地中温度を制御する最適な操作量である。

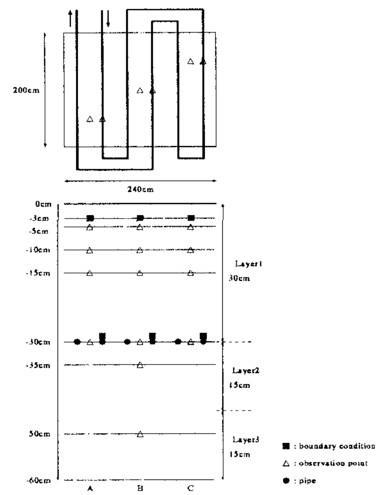

図 1: 地盤の平面図と断面図

評価関数の最小化のために、強偏分である Sakawa-Shindo 法 [3] を適用する。本解析では、三次元解析を行うために、ラグランジュ乗数を得るのに変分法を用いて計算容量を軽減している。評価関数は、次式のようになる。

$$J_C = \int_{t_0}^{t_f}\int_V \frac{1}{2}Q(\theta - \theta^*)^2 dV dt + \int_{t_0}^{t_f}\int_{S_c} \frac{1}{2}R(u - u^*)^2 dS_c dt \qquad (3)$$

ここで、θ、θ^*は、目的点での状態量である地中温度の計算値と設定値、u、u^*は、操作点での操作量の計算値と参照値を表す。Q、Rは、重み関数を表し、Vは解析領域、S_cは操作点の境界を表す。そして、基礎方程式を拘束条件として考慮したハミルトニアン関数を定義する。

$$J_O^* = J_O + \int_{t_0}^{t_f}\int_V p\Big\{\rho C_p\dot{\theta} - \beta(\theta_{,xx} + \theta_{,yy} + \theta_{,zz})\Big\} dV dt \qquad (4)$$

ここで、p はラグランジュ乗数を表す。上式の第一変分を解くことにより、ラグランジュ乗数を導く随伴方程式を得る。そして、Sakawa-Shindo 法を適用するため、ペナルティー項を与えた修正ハミルトニアン関数を定義する。

キーワード:地中温度制御システム、最適制御理論、予測境界条件、有限要素法
中央大学大学院理工学研究科(〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27, TEL:03-3817-1814, FAX:03-3817-1803)

$$K_O^{(i+1)} = J_O^{*(i+1)} + \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2}\left\{W^{(i+1)}(u^{(i+1)} - u^{(i)})^2\right\}dt \quad (5)$$

ここで、(i) は繰り返し回数を表し、Wは重み係数行列を表す。上式に停留条件を適用すれば、操作量を与える方程式が導かれる。

4. 数値解析例

前章の制御手法を用いて、連続制御方式と 2ch On-Off 制御方式を用いた最適制御解析を行った。連続制御方式とは、操作量である水温を自由に連続的に調整して与えることができる制御方式である。2ch On-Off 制御方式とは、操作量に拘束条件があり、パイプに通水したり、止めたりする制御方式であり、パイプは温水専用と冷水専用の両方が埋設されているものとしている。境界条件の予測には、カルマンフィルター [4] を適用して、１２時間先までの予測を行っている。図 1は実験が行われた地盤の平面図と断面図を示し、 目的温度は、21.0[deg C]、目的点は、5cm の深さのところに設定されている。図 2、3は、実際の境界条件と予測された境界条件を用いた連続制御方式による最適制御結果を、図 4、5は、実際の境界条件と予測された境界条件を用いた On-Off 制御方式による最適制御結果を示している。図 6、7は、予測された境界条件によって得られた操作量を実際の境界条件を用いて順解析を行った時の目的点での温度と、実際の境界条件を用いて行った 制御解析での目的点での温度の比較を示している。

5. おわりに

本研究では、実問題を考慮した数値解析手法を示し、三次元制御解析を行った。境界条件の予測を用いた 2ch On-Off 制御方式による最適制御解析を行ったが、図 2、3に見られるように、連続制御方式の操作量が予測の精度の悪さによって、 明らかに異なる結果を得た。しかしながら、図 4、5に見られるように、2ch On-Off 制御方式の操作量は予測の精度の影響をあまり受けず、ほぼ一致した結果を得た。従って、実用化しうる制御方式であるといえるだろう。

参考文献

[1] 山本、川原、' 地中温度制御システム構築のための数値解析的研究 ' 、土木学会第 52 回年次学術講演会、pp98-pp99, 1997

[2] 嘉納 秀明,' システムの最適理論と最適化', コロナ社,1987

[3] YOSHIYUKI SAKAWA and YUJI SHINDO. ON Global Convergence of an Algorithm for Optimal Control. IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL, vol. ac-25, NO.6, December 1980

[4] 須磨, 川原, ' 地中温度制御システム実用化に関する研究 (2) 一境界上件の決定一', 土木学会第 53 回年次学術講演会、I,1998

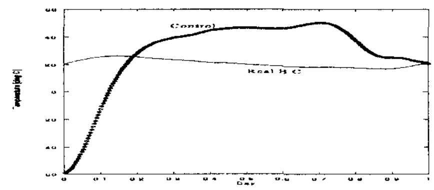

図 2: 実境界条件による連続制御

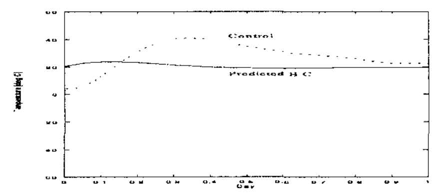

図 3: 予測境界条件による連続制御

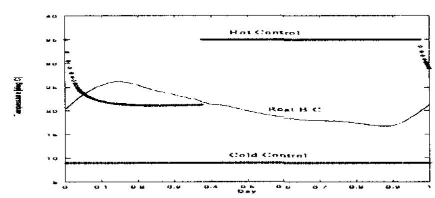

図 4: 実境界条件による 2ch On-Off 制御

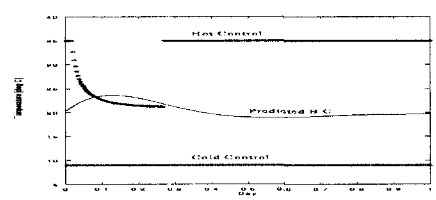

図 5: 予測境界条件による 2ch On-Off 制御

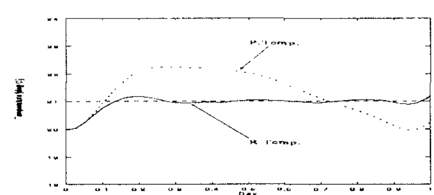

図 6: 連続制御による目的点での温度の比較

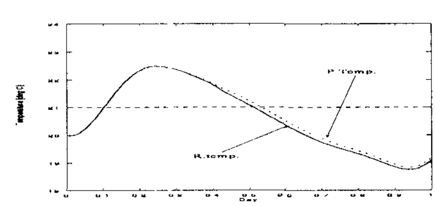

図 7: 2ch On-Off 制御による目的点での温度の比較