

III-B 422

有限要素法を用いた飽和地盤の非線形弾性解析

中央大学 学生員 西宮 暁
中央大学 正会員 川原 睦人

1. はじめに

1995年に起きた兵庫県南部地震によって阪神地域における多くの土木構造物が多大なる被害を受けた。そして、軟弱地盤から成る地域では、液状化による被害が多数報告された。その結果、液状化の挙動やメカニズムを解明すること、そして対策をたてることの必要性が高まってきている。

しかしながら、液状化現象は間隙水圧の上昇に伴った非線形現象であり、土骨格の変形と間隙水圧の変化の相関関係が地盤の地震時の挙動に強く影響を及ぼす。また、地盤が非常に複雑なメカニズムであり、不均質な材料であるから現在においても現象を忠実に反映したモデルが確立されていないのが現状である。

そこで本研究では、飽和地盤を土骨格と水から成る二層系材料と仮定し、さらに土骨格を弾性体とみなすことで、単純にモデル化し、u-p形式の解法を用いて解析を行った。この解法の利点は、繰り返し荷重が作用している際の間隙水圧の変化を考慮することができることである。

また、弾性体を用いて解析を行うと土骨格の挙動は線形性を示す。しかしながら、実際の地盤は、ある強度を越えるとはっきりと非線形性を示す。そこで、実地盤の非線形性を考慮するためにバイリニアモデルを弾性体の変形に適用した。そして、本解析では、バイリニアモデルを用いることで土の非線形性を考慮した飽和地盤の非排水動的解析を行った。

2. 基礎方程式

本研究で用いた基礎方程式を導くにあたり地盤を次のように仮定した。1) 土骨格は弾性体である。2) 土は水で満たされている。3) 土は等方均質である。4) 土粒子は非圧縮である。5) 土骨格の変形は微小変形理論に基づく。6) 地下水の流れはダルシーの法則に従う。

土粒子と水の混合体のつりあい方程式は、次のように表される。

$$\sigma_{ij,j} + \rho b_i - \rho \ddot{u}_i = 0 \quad (1)$$

σ_{ij} は全応力、 u_i は土骨格の変位、 b_i は物体力である。そして、土粒子と水の混合体の密度 ρ は次のように表される。

$$\rho = n \rho_f + (1-n) \rho_s \quad (2)$$

ρ_f と ρ_s はそれぞれ水と土粒子の密度、 n は間隙率である。連続式は次のように表される。

$$-p_{,ii} + \rho_f b_{i,i} + \rho_f \ddot{u}_{i,i} + \frac{\gamma_w}{k} \dot{\epsilon}_{ii} + \frac{n \gamma_w}{k K_f} \dot{p} = 0 \quad (3)$$

ϵ_{ij} は土骨格のひずみ、 p は間隙水圧、 $\gamma_w (= \rho_f g)$ は水の単位体積重量、 g は重力加速度、 k は透水係数、そして、 K_f は水の体積圧縮係数である。

全応力と有効応力は間隙水圧を用いて次のように関係づけられる。

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + \delta_{ij} p \quad (4)$$

σ'_{ij} は有効応力で、ここでは圧縮を正とする。また、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタ関数である。

微小ひずみを仮定することで、土骨格のひずみは変位を用いて次のように関係づけられる。

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (5)$$

微小変形理論に基づいてフックの法則を適用すると、有効応力とひずみは弾性応力-ひずみマトリックスを用いて線形に表される。

$$d\sigma'_{ij} = D_{ijkl} d\epsilon_{kl} \quad (6)$$

弾性応力-ひずみマトリックス D_{ijkl} はラメの弾性係数 λ と μ を用いて次のように表される。

$$D_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (7)$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad (8)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (9)$$

E はヤング率、 ν はポアソン比である。

3. 離散化手法

本解析では、非線形問題を扱っているので、離散化は増分形で行う必要がある。基礎方程式(1)、(3)に対して空間方向の離散化には三角形一次の内挿関数を仮定し、ガレルキン法を適用した。また、時間方向の離散化にはNewmark's β 法、そして前進差分法を用いた。Newmark's β 法では、 $(n+1)$ 回目の土骨格の変位、速度は次のように表される。

$$\Delta u^{n+1} = \Delta t \dot{u}^n + \frac{1}{2} \Delta t^2 \ddot{u}^n + \beta \Delta t^2 \Delta \ddot{u}^{n+1} \quad (10)$$

$$\Delta \dot{u}^{n+1} = \Delta t \ddot{u}^n + \gamma \Delta t \Delta \ddot{u}^{n+1} \quad (11)$$

Δt は時間増分、 β 、 γ は数値解析パラメータである。本解析では β 、 γ をそれぞれ1/4、1/2とした。また、前進差分法において、 $(n+1)$ 回目の間隙水圧の変化率は次のように表される。

$$\Delta \dot{p}^{n+1} = \frac{\Delta p^{n+1} - \Delta p^n}{\Delta t} \quad (12)$$

これらの離散化手法を用いて、有限要素方程式が導かれ、土骨格の加速度と間隙水圧を未知数とするu-p形式の解法を得る。

キーワード：バイリニアモデル、非線形弾性解析、u-p 解法、有限要素法

連絡先：中央大学大学院理工学研究科(〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27, TEL:03-3817-1814, FAX:03-3817-1803)

4. バイリニアモデル

土骨格の非線形性を考慮するために弾性体の変形にバイリニアモデルを適用した。

負荷関数

本解析では、応力の不変量を用いて表される、有効応力の関数であるドラッガーの負荷関数を用いる。

$$\begin{aligned} f &= f(\sigma'_{ij}) \\ &= \alpha I_\sigma + \sqrt{\Pi_s} - \kappa \end{aligned} \quad (13)$$

I_σ は有効応力の一次の不変量、 Π_s は偏差応力の二次の不変量、 κ は加工硬化を表すパラメータである。

負荷基準^{2)[3]}

負荷関数は応力の増分 ($d\sigma_{ij}$) に対して負荷基準を与える重要な役割を担っており、その基準は次のようになる。

$$\begin{aligned} df < 0 &, \quad f = 0 \quad \cdots \text{除荷} \\ df = 0 &, \quad f = 0 \quad \cdots \text{中立負荷} \\ df > 0 &, \quad f = 0 \quad \cdots \text{負荷} \end{aligned} \quad (14)$$

5. 解析条件

バイリニアモデルを用いることの有効性を評価するために非排水動的解析を行った。解析には、図1に示すような10[m]×10[m]のモデルを用いた。境界条件として、両端は繰り返し境界、底面は水平、鉛直方向ともに固定した。入力外力として、全節点に水平方向の加速度を与えた。表1に解析に用いた物性値を示す。本解析では、各々の要素が破壊域に達するごとにヤング率を2100[tf/m²]から1000[tf/m²]に変化させた。自重による影響は考慮していない。また、時間増分 Δt は0.01[sec]として10[sec]間解析を行った。

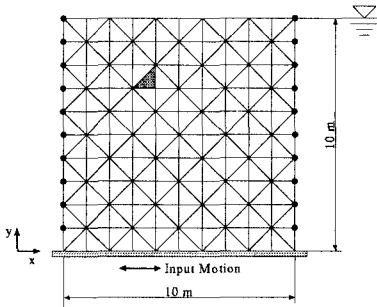


図1 解析モデル

表1 物性値

ヤング率 (降伏前)	E^e	2100	tf/m ²
(降伏後)	E^p	1000	
ポアソン比	ν	0.25	
土粒子の密度	ρ_s	2.0	t/m ³
水の密度	ρ_f	1.0	t/m ³
水の体積圧縮係数	K_f	2.0×10^6	
透水係数	k	1.0×10^{-3}	m/s
間隙率	n	0.30	
初期降伏強度	σ_Y	2.0	tf/m ²

6. 解析結果

図1の斜線部の要素でのせん断方向の応力-ひずみ曲線 (図2)、過剰間隙水圧の時刻歴 (図3) を示す。

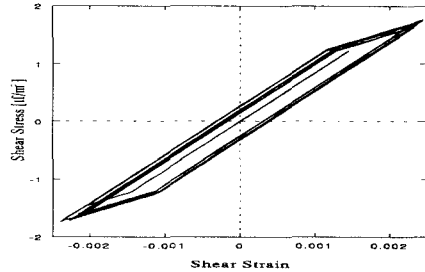


図2 応力-ひずみ曲線

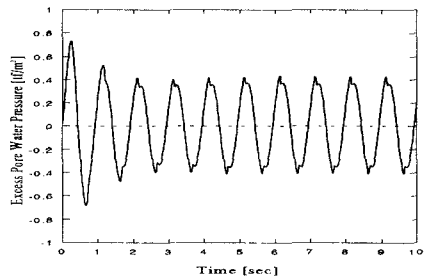


図3 過剰間隙水圧の時刻歴

応力とひずみの関係については、バイリニアモデルを用いたことによる効果ははっきりと示された (図2)。しかし、液状化現象にみられる過剰間隙水圧の上昇は現れなかった (図3)。それは、土骨格の挙動は弾塑性現象であるから、塑性ひずみが蓄積されない弾性体モデルを用いるのでは、過剰間隙水圧の上昇という液状化特有の現象は発生しないと考えられる。

7. おわりに

本報告では、弾性体の変形にバイリニアモデルを適用して、地盤の非線形性を考慮した飽和地盤の非排水動的解析を行った。その結果から、塑性ひずみの蓄積は液状化現象を引き起こす一つの要因であるといえる。したがって、液状化解析を行うにあたり塑性ひずみが残るモデル、弾塑性体モデルでの解析が必要である。

参考文献

- [1] O.C.Zienkiewicz, and T. Shiomi, "Dynamic Behavior of Saturated Porous Media; The Generalized Biot Formulation and Its Numerical Solution", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol.8, pp. 71-96, 1984.
- [2] 松井 保, 安部 信晴: 弾塑性体理論と適用 (その1), 土と基礎, 31-11, pp. 97-105, 1983.
- [3] 松井 保, 安部 信晴: 弾塑性体理論と適用 (その2), 土と基礎, 31-12, pp. 73-79, 1983.