

Ⅲ-B 421 地盤の引張強度を考慮に入れた有限要素法による弾性解析

中央大学 学生員 浅井 敬行
中央大学 正会員 川原 陸人

1. はじめに

1995年の兵庫県南部地震において、日本では多くの土木構造物が被害を受けた。特に、軟弱地盤上に建設された構造物では深刻な被害が見られた。また、この地震における被害の多くが地盤の液状化に関係していた。したがって、地盤の液状化を事前に予測することは地震時における構造物の被害を最小限に防ぐためにも非常に重要であると考えられる。

一般に、土の動的挙動は非常に複雑でかつ、多くの非線形的な性質を示すことが知られている。そして、この非線形性が地盤の解析を困難にしている大きな要因である。またこの土の非線形性を考慮するにあたり、土の土骨格に対する構成則は、近年多くの研究者たちによって提案されている^[1]。本解析では、地盤の非線形解析の基礎的な解析として、地盤を弾性体モデルと仮定し、応力遷移法^[2]を用いることで地盤の非線形性を考慮した。また、飽和地盤に対してU-P解法^{[3],[4]}に基づくものとして解析した。

2. 支配方程式

飽和地盤は土骨格と間隙水で構成されている。本解析ではBiotの式^{[5],[6]}から導かれる方程式をU-P形式の解法を用いて解くこととした。

混合体の応力の釣り合い式

土と水の混合体の応力の釣り合い式は次のようになる。

$$\sigma_{ij,j} + \rho b_i - \rho \ddot{u}_i - \rho_f \ddot{u}_{i,j} = 0 \quad (1)$$

ここに、 σ_{ij} は全応力、 b_i 物体力を生じさせる加速度、 ρ は混合体の密度($\rho = n\rho_f + (1-n)\rho_s$)、 ρ_s は土粒子の密度、 ρ_f は間隙水の密度、 n は間隙率である。水の土骨格に対する相対加速度 $\ddot{u}_{i,j}$ が土骨格の加速度に比べて非常に小さいすなわち $\ddot{u}_{i,j} \gg \ddot{u}_i$ と仮定すると(1)式は次のようになる。

$$\sigma_{ij,j} + \rho b_i - \rho \ddot{u}_i = 0 \quad (2)$$

全応力-有効応力方程式

二相系の地盤、すなわち土と水の相互作用を考える時、全応力はBiotの理論に基づき次のように表される。

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + \delta_{ij}P \quad (3)$$

ここに、 σ'_{ij} は有効応力、 P は間隙水圧、 δ_{ij} はクロネッカの δ 記号である。

連続の式

連続の式は次のようになる。

$$P_{,ii} - \frac{\rho_f g}{k} \dot{u}_{i,i} - \frac{n\rho_f g}{kK_f} \dot{P} - \rho_f \ddot{u}_{i,i} - \rho b_{i,j} = 0 \quad (4)$$

ここに、 k 、 K_f 、 g はそれぞれ透水係数、体積弾性係数、重力加速度である。

弾性体モデル、応力遷移法、U-P解法、有限要素法

中央大学大学院理工学研究科(〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27, TEL:03-3817-1814, FAX:03-3817-1803)

ひずみ-変位関係式

ひずみを微小とすると、ひずみと変位の関係は次のように表せる。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (5)$$

ここに、 u_i は土骨格の変位、 ε_{ij} はひずみであり縮むひずみを正とする。

土骨格の構成則

通常、地盤材料は非線形な応力-ひずみ関係を示す。よって、応力-ひずみ関係を増分形で表す時には、弾性体モデルの場合、次のようになる。

$$d\sigma'_{ij} = D^e_{ijkl} d\varepsilon_{kl} \quad (6)$$

ここで、 $d\varepsilon_{kl}$ は増分ひずみである。また、 D^e_{ijkl} は弾性応力-ひずみマトリックスである。この弾性応力-ひずみマトリックス D^e_{ijkl} は以下の式で定義される。

$$D^e_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (7)$$

ここに、Lameの定数 λ 、 μ は次式で表される。

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad (8)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (9)$$

ここで、 E はヤング率、 ν はポアソン比である。

3. 土の引張強度に対する考慮

一般に土はほとんど引張強度を持たないことから、無引張材料(no tension material)と呼ばれている。そこで本解析では、この土の引張強度の問題に対してZinkiewiczらが提案している応力遷移法(stress transfer method)^[2]を用いた。この応力遷移法において、主圧縮応力方向に対しては線形弾性挙動を、主引張応力に対しては微小な強度しか持たないということをそれぞれ仮定した。

4. 支配方程式の離散化

支配方程式を三角形一次元要素、ガレルキン法を用いて空間方向に離散化することにより有限要素方程式を得て、得られた有限要素方程式に対してNewmark's β 法及び前進差分を用いて時間方向の離散化を行なった。最終的に次に示すようなマトリックス形状の方程式を得る。ここで、土骨格の加速度、及び間隙水圧が未知数となっていることより、この形式の解法は一般にU-P解法と呼ばれている。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} + \gamma \Delta t \mathbf{C} + \beta \Delta t^2 \mathbf{K} & \mathbf{L} \\ \mathbf{L}^T & \frac{1}{\alpha} (\mathbf{S} + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{Q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}^{n+1} \\ \Delta \mathbf{P}^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{F}}^{n+1} - \mathbf{K} (\Delta t \dot{\mathbf{U}}^n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{U}}^n) - \mathbf{C} \Delta t \ddot{\mathbf{U}}^n \\ \frac{1}{\alpha} \hat{\mathbf{Q}}^{n+1} + \frac{\rho_f g}{\alpha k} \mathbf{L}^T \{ (\frac{k}{g} + \Delta t) \dot{\mathbf{U}}^n + \mathbf{U}^n \} - \frac{1}{\alpha} \mathbf{S} \mathbf{P}^n \end{bmatrix} \quad (10)$$

5. 解析条件

数値解析例として、二種類の弾性解析すなわち線形弾性解析と土の引張強度を考慮に入れた非線形弾性解析を行なった。解析モデルを図1に示す。地盤の初期応力は線形自重解析より求めた。また、地盤の物性値を表1に示す。解析における時間増分を0.01とし、Newmark's β 法においては $\gamma=0.5$, $\beta=0.25$ を用いることとした。計算により過剰間隙水圧比を求める要素を図1に示すように選定した。境界条件は下端面の節点を水平、鉛直方向ともに変位を固定し、側方境界としては、左右の側面の変位が同じであるとすると繰り返し境界とし、完全な非排水条件で解析した。入力加速度として図2に示すように、兵庫県南部地震で神戸海洋気象台において観測された東西方向の成分を基盤に入力した。

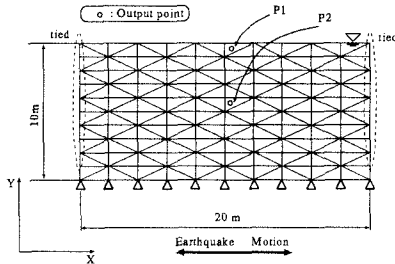


図1: 解析モデルと境界条件

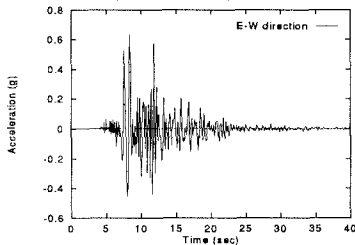


図2: 入力加速度

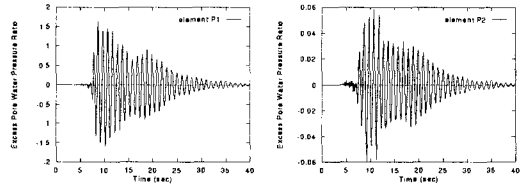
表1: 地盤の物性値

パラメータ	物性値	Unit
ヤング率E	2000	tf/m ²
ポアソン比ν	0.20	—
透水係数k	1.0 × 10 ⁻³	m/s
土粒子の密度ρ _s	2.0	tf/m ³
水の密度ρ _f	1.0	tf/m ³
混合体の密度ρ	1.7	tf/m ³
水の体積弾性係数K _f	1.0 × 10 ²⁰	—
間隙率n	0.30	—

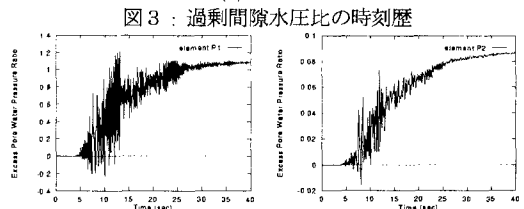
6. 解析結果

図3及び図4に過剰間隙水圧比の時刻歴を示す。図3の過剰間隙水圧比の結果からも分かるように、線形弾性解析

においては、過剰間隙水圧の蓄積は認められない。一方、土が引張力に対して抵抗力を持たないことを考慮に入れた非線形弾性解析においては、図4に示すように過剰間隙水圧が蓄積してゆくという地震時の地盤の液状化現象に見られるような定性的な挙動が確認できる。



(I) 線形弾性解析



(II) 土の引張強度を考慮した非線形弾性解析

図4: 過剰間隙水圧比の時刻歴

7. おわりに

本報告では、弾性体モデルを用いて飽和地盤の動的解析を行なった。土の引張力に対する小さい抵抗力について、考慮にいれた非線形弾性解析においては実際の地盤の液状化時にみられる過剰間隙水圧の蓄積を確認することができた。それに対して線形弾性においては過剰間隙水圧の蓄積は認められなかった。これらの結果より弾性体モデルを用いても土が引張力に対してほとんど抵抗力を持たないということを考慮に入れた解析を行なえば、地盤の液状化現象時にみられるような傾向を追うことができると考えられる。今後の課題としては、地盤の塑性の性質も考慮するために弾塑性解析を行ない、土骨格の構成則として弾塑性構成則について詳細に検討していく所存である。

参考文献

- [1] S. Iai: "Micromechanical background to a strain space multiple mechanism model for sand", Soil and Foundations, 32, pp102-117(1993).
- [2] Zienkiewicz O.C., Valliappan, S. and King, I.P.: "Stress analysis of rock as a 'no-tension' material", Geotechnique, 18, pp56-66(1968).
- [3] Zienkiewicz O.C., and P. Bettess: "Soils and Other Saturated Media under Transient, Dynamic Condition; General Formulation and the Validity of Various Simplifying Assumption," Soil Mechanics - Transient and Cyclic Loads, Edited by Prande and Zienkiewicz, pp1-16(1982).
- [4] 吉田 望, 辻野修一, 有効応力に基づく総合地盤解析プログラム「STADAS」の開発, 佐藤工業 (株) 技術研究所報 No18, pp107-115(1992).
- [5] Biot, M.A., "General Theory of Three-dimensional Consolidation", Journal of Applied Physics 12, pp155-164(1941).
- [6] Zienkiewicz O.C. and Shimi, T. 1984 "Dynamic behavior of saturated porous media; the generalized Biot formulation and its numerical Solution", Int.J. Numer. Anal. Methods in Geomechanics, Vol.8, pp.71-96, 1984.