

Ⅲ-A 426

大深度立坑覆工作用土圧の逆解析について

三井建設株式会社 正会員 野村 貢
 三井建設株式会社 正会員 山地宏志
 神戸大学工学部 正会員 櫻井春輔

1. はじめに：砂川鉾山南部換気立坑のG.L.-700mにおいて計測された覆工軸力、せん断力、並びに曲げモーメントを基に同深度作用土圧の推定を試みた。その推定法方と推定結果を概述する。

2. 作用土圧逆解析法：立坑覆工に作用する土圧 $\{p\}^T = \{p_x, p_y, p_{xy}\}^T$ の等価接点力 $\{F\}$ を有限要素近似によって表せば、

$$\{F\} = \sum_{i=1}^3 p_i \{F_i\} = \sum_{i=1}^3 p_i \left(\sum_{j=1}^M \int_{V_j} [B_{ij}] dV \right) \quad (1)$$

ここで、 $\{F_i\}$ ：土圧成分 $p_i (i = x, y, xy)$ を単位としたときの等価接点力、 $[B_{ij}]$ ：節点変位-要素ひずみ関係マトリックス等である。いま、立坑覆工を独立の構造体とみなし、式(1)で与えられる荷重条件下で覆工に発生する変位 $\{u\}$ を求めれば、

$$\{u\} = \sum_{i=1}^3 p_i \{u_i\} = \sum_{i=1}^3 p_i ([K]^{-1} \{F_i\}) = [A] \{p\} \quad (2)$$

ここで、 $\{u_i\}$ ：土圧成分 $p_i (i = x, y, xy)$ を単位としたときの覆工変位、 $[K]$ ：覆工構造体の全体剛性マトリックス、 $[A] = [\{u_x\} \{u_y\} \{u_{xy}\}]$ 等である。また、節点変位と覆工に作用する断面力 $\{N\}^T = \{N, Q, M\}^T$ の関係は次式で表される。

$$\{N\} = [T][K^*]\{u\} = [T][K^*][A]\{p\} = [H]\{p\} \quad (3)$$

ここで、 $[K^*]$ ：覆工構造体の要素剛性マトリックス、 $[T]$ ：要素系から全体座標系への座標変換マトリックス、 $[H] = [T][K^*][A]$ 等である。従って、断面力は作用土圧の一次式として表すことができた。ここで、計算より得られる覆工の断面力を $\{\tilde{N}\}$ 、計測された断面力を $\{N\}$ とし、二つの残差 $\{e\}$ の自乗和

$$e = \{e\}^T \{e\} = (\{N\} - \{\tilde{N}\})^T (\{N\} - \{\tilde{N}\}) = (\{N\} - [H]\{p\})^T (\{N\} - [H]\{p\}) \quad (4)$$

を最小とする問題を考える。いま、覆工断面力の計測において全ての断面力成分 $\{N\}^T = \{N, Q, M\}^T$ が必ずしも測定されるものではないこと、及び断面力毎にその値のオーダが大きく異なることなどを考えると一般的な最小自乗法では、計測値の成分及びその大きさによって真の作用土圧を推定することが著しく困難であると思われる。このため、以下のような推定方法を考えた。すなわち、式(4)の残差 e_i が正規分布

$$P(e_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i^2} \exp\left(-\frac{e_i^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (5)$$

に従うものとし、N個の測定値に対する尤度 $L(N_i)$ を取れば、

$$L(N_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{e_i^2}{\sigma_i^2}\right) \quad (6)$$

を得る。この尤度 $L(N_i)$ を最大とする必要十分条件は

$$S(p) = \sum_{i=1}^N \frac{e_i^2}{\sigma_i^2} = \sum_{i=1}^N \frac{(N_i - \tilde{N}_i)^2}{\sigma_i^2} \rightarrow \text{Minimum} \quad (7)$$

である。ここで、各計測値の分散 σ_i が未知で、計測値間における相対比 $\bar{\sigma}_i$ のみが既知であるとする。この時、相対比をとし、次式で示すScale Factor σ を導入する。

$$\sigma_i = \frac{\sigma}{\bar{\sigma}_i} \quad (8)$$

さらに、各計測値の重み ω_i を次式で定義する。

$$\omega_i = \frac{1}{\sigma_i^2} = \frac{\bar{\omega}_i}{\sigma^2} \quad (9)$$

この式(8)、(9)を用いて(7)式を展開すると、

$$S(p) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} \{ \bar{\omega}_i N_i^2 - 2\bar{\omega}_i (\sum_{j=1}^3 H_{ij} p_j) N_i + \bar{\omega}_i (\sum_{j=1}^3 H_{ij} p_j)^2 \} \quad (10)$$

を得る。したがって、 $S(p)$ が最小となる必要十分条件は、以下のように与えられる。

$$\frac{\partial S}{\partial p_j} = \sum_{i=1}^N \{ -2\bar{\omega}_i H_{ij} N_i + \bar{\omega}_i p_j (\sum_{k=1}^3 H_{ik} H_{jk}) \} = 0 \quad (11)$$

これをマトリックス表示して整理すると、覆工に作用する土圧 $\{p\}$ が次のように与えられる。

$$\{p\} = \{[H]^T [W][H]\}^{-1} [H]^T [W]\{N\} \quad \left(\text{ここで, } [W] = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & 0 \\ 0 & w_2 & 0 \\ 0 & 0 & w_N \end{bmatrix} \right) \quad (12)$$

3. 作用土圧の推定： 図1に解析モデルを示す。コンクリートライニングは二節点の梁要素で示し、分割数は32要素とした。また、等価節点力を与えるための平面要素は四節点平面要素で示し、分割数は同じく32要素とした。さらに、変位の境界条件は解が不安定にならぬよう任意の1節点を3方向（x方向,y方向,回転）固定とする。尚、軸方向については平面ひずみ問題を仮定し、単位厚さ（1.0 cm）を考えた。解析に用いた諸元は表1のようなものである。

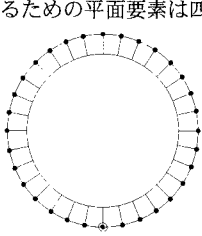
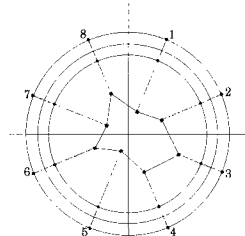
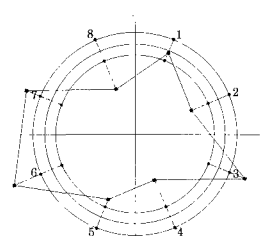


図1 解析モデル



(a)軸力分布図



(b)曲げモーメント分布

図2 覆工断面力の計測結果

表1 逆解析に用いた緒元

覆工の緒元	
弾性係数	$3.352 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$
断面積	78.5 cm^2
断面二次モーメント	4031.3 cm^4

表2 覆工断面力の計測結果

計器番号	軸力 kgf	曲げモーメント kgf・cm
1	-9208	1100
2	-7325	19500
3	-4968	-20000
4	-6982	29900
5	-9994	15100
6	-7365	-28900
7	-9057	-19600
8	-6370	27300

また、解析に用いた断面力の計測値は軸力と曲げモーメントであり、計測開始後2832.37時間経過後の値を用いた。図2及び表2に計測値を示す。

これらの計測結果より求めた作用土圧分布を図3に、図4には計測値と解析値の比較を示す。当該計測地点は土被り700mと深く、もし土被り相当の土圧が作用するならば、その大きさは 1400 tf/m^2 以上にも達し、通常の覆工圧ではその安定を期し難い。ところが、立坑覆工厚の設計では立坑径の1.5倍程度の土被りに相当する土圧を作用させ、その安定性を吟味する。これは、既往立坑の経験に基づいた設計法であるが、今次の計測・解析結果はこの経験的な設計概念と一致するものであった。また、その土圧分布はほぼ静水圧状態に近いものであった。

一方、近似した断面力と計測値を比較すると、曲げモーメントが概ね適切な近似が行われているのに比して、軸力が計測値の十分の一程度の近似しか行われていない。これは解析モデルの設定に誤りがないとすれば、曲げモーメントの計測値のオーダーが軸力より一つ大きいこと最小自乗法を行う上で軸力がほとんど影響を与えないためと思われる、今回提案した重み付けの推定法は余り有効でなかったものと判断せざるを得ない。

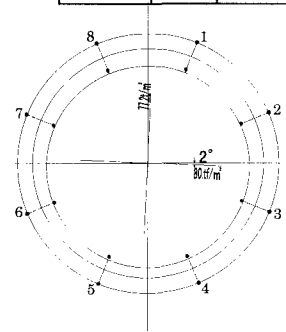
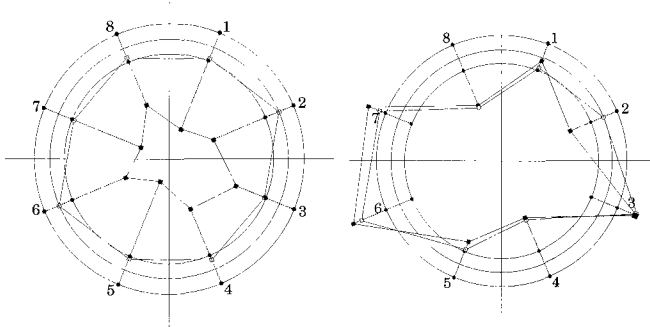


図3 逆解析された土圧分布



(a)軸力

(b)曲げモーメント

図4 逆解析より求めた土圧分布

4. おわりに：大深度立坑覆工に作用する土圧を断面力測定結果を基に推定する方法を提案した。その推定値はこれまでの経験的な値と整合するものの、推定値が曲げモーメントの大きさで規定されているようで、提案した推定法の当初目指した結果とは異なり、各計測値間の重み付けによる精度の向上は果たせなかったようである。