土木学会第53回年次学術講演会（平成10年10月）

Ⅲ－A 367

波動伝播への地盤材料非線形の影響についての一評価法

埼玉大学工学部　正会員　　韓　思雄

1. はじめに

弾性波トモグラフィー法に代表されるように、波動を利用して岩盤の力学特性や岩盤構造物の安定性などを評価する方法はいろいろと研究・開発されてきている。しかし、これらの手法はほとんど線形弾性波動理論に基づいたもので、材料の非線形挙動（例えば、トンネル周辺のゆるみ領域）などを評価する際、精度の低い解析結果となることもあり、すなわち、これらの方法の適用範囲が制限されるケースも考えられる。

岩盤材料の非線形特性を評価するのに、非線形波動理論から出発することが自然な考え方である。非線形材料を伝播する波動理論は、昔から衝撃荷重下での材料強度の評価などをはじめ、材料工学分野で理論と実験の両面からよく研究されていた。しかし、いくつかのたいへん簡単な問題を除いて、精密な”理論解”を求めることは現時点の理論ではほとんど不可能に近い。また、数値解析においても、幾つかの特殊問題用の解析アルゴリズム以外には、汎用性を持つ解析手法は（著者が知っているかぎりでは）まだ出ていない。一方、地球物理学分野では、地盤の構造特性を調べるために、多くの完成度の高い数値解析手法が開発されてきて、いくつかの手法は地盤工学分野でもよく利用されている。しかし、こちらには”構造特性”が主な目的で、理論的な研究が弾性体を対象とするものが多く、数値解析法もほとんど弾性波動理論に基づいたものであるために、弾性波トモグラフィー法のように岩盤の非線形力学特性の評価に直接に適用することには限界がある。上に述べたような既存の研究結果を利用してより精度の高い、降伏状態にある岩盤の力学特性を評価する数値解析手法ができるではないかは、本研究の始める動機である。

本報告では、岩質材料を伝播する波動特性を評価する一つの手法を提案し、材料の非線形性が波動伝播にどのような影響を与えるかについて調べた。本研究では、波動伝播の幾何学的な特性に注目し、波動の波頭を材料内の特異変形曲面として捉え、この特異変形曲面の移動条件（跳躍条件）を考察することから出発して、降伏した岩盤内の波動伝播速度が求められることを示し、これを有限差分法に取り入れることにより、非線形材料を伝播する波動走時を計算する一つの数値解析アルゴリズムを示した。岩盤材料の降伏については Drucker-Prager 型の降伏基準を用いて、材料の各力学パラメータが波動伝播特性に対する影響を評価する。これによって、現在よく使われている弾性波トモグラフィ法のような、主に波動走時に基づいて岩盤の力学特性を評価する手法の精度を向上することが期待できると思われる。

2. 問題の定式化

図-1に示すように、材料の領域 $D = D^+ \cup D^-$ を伝播する波動の波頭をスムーズな曲面 Σ で記述し、この曲面上の点 $\boldsymbol{x}$ が速度 $c(\boldsymbol{x}, t)$ で Σ に垂直な方向に伝播しているとする。ここで、D^+ と D^- はそれぞれΣ で分けた D の両領域に対応する。変位$\boldsymbol{u}$は領域内で連続で、２階微分可能な関数とする。波動は加速型の波、波面は領域 D^- から D^+ への方向に伝播しているとし、$\boldsymbol{n}$は波頭の進行方向を示す単位ベクトルである。また、曲面Σも図-１に示すように外側と内側でそれぞれ Σ^+ 面と Σ^- 面に分けられる。

曲面 Σ は式 $t = \tau(\boldsymbol{x})$ で表される。ここに、t は波動走時である。スローネス(slowness) $\mathcal{S}$ を波動伝播の速度値 c の逆数として定義すれば、次のようないわゆる アイコナール (eikonal) 方程式が求められる

$$(grad\ \tau)^2 = \mathcal{S}^2 \tag{1}$$

この式からわかるように、アイコナール方程式は、時刻、速度と空間位置という三つのパラメータで制御され、波面伝播時の空間における幾何学的な特性を表している。

空間記述の連続式とコーシーの運動方程式の跳躍型の式、関連流れ則を利用して、最終的に次のような伝播速度を内包する条件式 $det(\boldsymbol{K}) = 0$ が得られる

この過程を分かりやく説明するために、一次元の波動伝播を考えることとする。波動方程式

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} + b = \rho \frac{\partial v}{\partial t} \tag{2}$$

ここに、σ は応力で、v は変形速度で、b は物体力である。上式の跳躍型の方程式は

キーワード：波動伝播、塑性状態、数値解析
連絡先： 浦和市下大久保255、埼玉大学工学部、TEL:048-858-3574, FAX:048-855-9361

$$[\frac{\partial \sigma}{\partial x}] = \rho c [\frac{\partial v}{\partial x}] \tag{3}$$

ここに、[*] は力学量 * の跳躍で、ρは材料の密度である。また、塑性ひずみ増分 $\dot{\epsilon}^p$に対して

$$\dot{\epsilon}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \qquad \lambda = -\frac{\partial f}{\partial \sigma}\dot{\sigma}/(\frac{\partial f}{\partial k}\frac{\partial k}{\partial \epsilon^p}\frac{\partial f}{\partial \sigma}) \tag{4}$$

式の中に、f は降伏関数で、k は硬化パラメータである。弾性ひずみ増分 $\dot{\epsilon}^e$ に対して、フックの法則 $\dot{\sigma} = E\dot{\epsilon}^e$ が成立するため、式(3) と (4) により、最終的に

$$(\rho c^2(\frac{1}{E} - \frac{\partial f}{\partial \sigma}/(\frac{\partial f}{\partial k}\frac{\partial k}{\partial \epsilon^p})) - 1)[\frac{dv}{dx}] = 0 \tag{5}$$

求められる。式の中の E はヤング率である。これにより、波動の伝播速度は

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho(\frac{1}{E} - \frac{\partial f}{\partial \sigma}/(\frac{\partial f}{\partial k}\frac{\partial k}{\partial \epsilon^p})}} \tag{6}$$

として求められる

差分法での数値離散化については、連続材料を、図-2 に示すような格子間隔hを持つ構造体に離散化し、連続的な力学量をこの構造体の格子上で与える。これにより実際に連続的に分布している材料の速度構造は、水平方向と垂直方向を等間隔にスペースを空けた２次元の離散化した点の速度構造に変えられる。これにより、波動が伝播する過程を考慮する時、格子点と格子点の間に波動がどのように広がっていくかを考えることとなる。離散化した速度場における格子点の間の速度値は式 $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{N}^e \cdot \boldsymbol{S}^e$ により内挿された形となる。ここに、$\boldsymbol{S}^e$ は図-2に示すようなe番目の仮想要素の４つの節点のスローネス値（速度値の逆数）により形成されるベクトルで、$\boldsymbol{N}^e$は形状関数である

アイコナール方程式に対して差分近似を行うことにより、各格子上の速度値が求められる。

波動が離散化した速度構造体に如何に伝播していくかを説明するために、図-2に示すような格子点（$q_{(i,j)}, q_{(i-1,j)}, q_{(i-1,j-1)}, q_{(i,j-1)}$）により形成される速度構造を考えることとする。考察上の便利のために、波動の発震源を点$q_{(i-1,j-1)}$とし、この点の初期波動走時を$t_{(i-1,j-1)}$とすれば、差分法によりほかの三つの格子点上の波動走時が求められる。さらに、$q_{(i-1,j)}, q_{(i,j)}$と$q_{(i,j-1)}$ を新しい発震源、求められた波動走時を初期値とし、これらの発震源のまわりの格子点上の波動走時が得られる。この過程を繰り返せば、格子構造におけるすべての格子点上の波動走時は求められる。

計算例題は発表当日に示す。

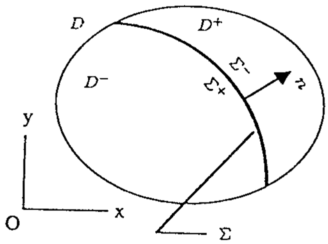

図-1 波頭により形成される特異変形曲面

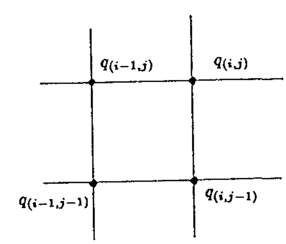

図-2 格子点により形成される仮想要素

3. おわりに

本報告では波動が非線形材料を伝播する問題に対する数値解析手法を提案した。波動が降伏した材料を伝播する波頭による形成された特異変形曲面に注目して、場の基礎方程式の跳躍条件を導くことから波動伝播の幾何学的な性質を抽出し、それを波動伝播の幾何学的な状態を記述するアイコナール方程式に取り入れることにより、波動走時を計算する一つの有限差分スキームを示した.

参考文献

1) Ichikawa, Y., Kyoya, T. and Kawamoto, T. : Incremental theory of plasticity for rock, *Proc. 5th Int. Cof. Num. Method. Geomech.*, Vol.1, pp.451-462, 1985 2) 京谷孝史：不連続性岩盤の力学特性評価における損傷力学の適用に関する基礎的研究、名古屋大学学位論文、1989. 3) Vidale, J. : Finite-Difference calculation of travel times, *Bulletin of the Seismological Society of America,* 78(19), pp.2062-2076, 1988. 4) 金谷健一：流状体の速度場の理論、土質工学会報告集、19(4), 1979