土木学会第53回年次学術講演会（平成10年10月）

Ⅲ－A221

実験計画法を適用した岩盤斜面の数値解析

日本工営 開発研究部 正会員 倉岡千郎、桜井達朗

1. はじめに

岩盤斜面には、断層、節理、層理等、大小様々な不連続面が存在する。そのため、ジョイント要素を用いたFEM、剛体バネモデル(RBSM)、個別要素法(DEM)、不連続変形法(DDA)、マニフォールド法(MM)などの数値解析手法が開発されている。しかしながら、依然として斜面の安定評価および対策設計への適用が難しい原因の一つは、地表踏査やボーリング調査を行なっても、岩盤構造が十分把握できないことにある。特に不連続面の長さ、方向、分布頻度、強度物性値などが往々にして不明確なので、斜面の安定性を厳密に数値解析するには限界がある。よって、数値解析をいかに斜面の安定性評価と対策工の設計に役立てるかは、重要な課題である。

本研究では、数値解析を実験と見立て、実験計画法に基づいた感度解析を行い、安定性に影響の大きい要因（不連続面や岩塊）を判定する方法について検討した。すなわち、安全率を厳密に求めたり崩壊を予測することはできなくても、要因の相対的重要度が判定できれば、計測計画や対策工の設計に役立てうると考えるものである。

2. 実験計画法

実験計画法は、実験結果に影響を及ぼす要因が多い場合、効率的な実験ケースを設定して、要因と結果の相関を分析することにより、要因の影響度合（あるいは効果）を調べる統計手法の一分野である[1)2)]。実験計画法の適用範囲は広く、岩盤の数値解析を実験と見て、実験計画法を適用することもできる。要因としては、不連続面の長さ、不連続面の有無、不連続面の強度、岩盤物性値などが挙げられる。結果は、スカラー量で表わされる必要があり、すべり面の安全率、斜面の変位、局所安全率などが考えられる。ここでは、岩盤斜面を対象に、要因としては不連続面の長さ、岩盤物性値を挙げ、実験結果としては、想定すべり面の安全率を例として考える。すべり面は一つに限る必要はなく、複数のすべり面の一つ一つに対する要因の効果を調べることもできる。数値解析手法は、不連続面がモデル化でき、すべり面上の応力分布を求めうる手法を用いればよい。

実験計画法には、実験ケース（実験配置）の設定方法として様々な手法があるが、ここでは、比較的簡単な形式である 2^n 型要因配置法を不連続性岩盤の解析に適用した場合について説明する。2^n 型要因配置法では、表-1のように各要因の設定条件を2水準の値(-1,+1)で表わす。次に、実験ケース（実験配置）を表-2のように設定する。この時、実験配置は $m \times n$ 行列を表わし、各列ベクトルが直交（内積=0）するように形成される。行数（実験ケース数）は、基本的な配置方法に従うと、要因数が n の場合 2^n 行となる($m=2^n$)。ただし、実験ケースが多すぎる場合は、後述する一部実施法により行数（実験ケース数）を減らすことができる。

表-1 2^n 型要因配置法の要因設定（例）

要因番号	要因	安定側	不安定側
		-1	+1
1	不連続面 1	最短	最長
2	不連続面 2	最短	最長
⋮	⋮	⋮	⋮
i	不連続面 i	最短	最長
i+1	岩盤 1の粘着力	A_1	B_1
⋮	⋮	⋮	⋮
n	岩盤 j の粘着力	A_m	B_m

表-2 2^n 型要因配置法による実験ケース（例）

ケース番号	要因 1	要因 2	・	要因 n
1	1	1	・	1
2	-1	1	・	1
3	1	-1	・	1
4	-1	-1	・	1
5	1	1	・	1
6	-1	1	・	1
・	・	・	・	・
m	-1	1	・	-1

キーワード（実験計画法、2^n 型要因配置法、岩盤斜面、回帰分析、数値解析）

連絡先(300-1245 茨城県 稲敷郡 茎崎町 日本工営 中央研究所 高崎2304 Tel:0298-71-2032 Fax:0298-71-2022)

3. 効果の分析方法

計画した 2^n 型要因配置に従って、数値解析を行い、要因と解析結果（安全率）の回帰分析を行なう。そこで、要因の設定値 x_n(-1 か +1)と、一つのすべり面の安全率 y との相関モデルを式(1)のように設定する。

$$\hat{y} = \bar{y} + a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n + a_{12}x_1x_2 + \cdots a_{(n-1)n}x_{n-1}x_n + 3\text{次の項}\cdots n\text{次の項} \quad \text{-------(1)}$$

ここで $\hat{y}$ は y の推定値, $\bar{y}$ は平均値であり,要因の安全率に対する効果は,モデル係数 $\{A\} = \{a_1, \cdots, a_n, a_{12}, \cdots, a_{(n-1)n}\}$ より得られる。求められる効果には、主効果と交互作用がある。主効果は、要因一つ一つの独立した効果であり、式(1)のなかで $x_1, x_2, \cdots, x_n$ のモデル係数に対応する。一方、交互作用は、ある要因の効果が他の要因の設定条件によって影響される度合を指すもので、2 次の交互作用は $x_1x_2, \cdots, x_{n-1}x_n$ のモデル係数に対応する。例えば、不連続面-1(J1)を最短から最長に変えることにより安全率が下がるとする。この安全率の低下度が、不連続面-2(J2)の長さによって異なる場合は、J1 と J2 の間に 2 次の交互作用があるという。さらに、この 2 次交互作用が他の要因の設定条件によって影響される場合が、3 次交互作用であり、同様に n 次の交互作用が定義される。主効果及び交互作用は、要因 x_n が -1 から 1 に変化したことによる $\hat{y}$ の平均値からの増減と定義され、モデル係数を 2 倍して得られる。例えば、不連続面-1 の主効果は $2a_1$ であり、長さを最短から最長に変えると、安全率が $2a_1$ 変化することを意味する。このモデル係数{A}は、式(2)を解いて得られる。

$$X_1^t X_1 \{A\} = X_1^t \{Y\} \quad \text{--------(2)}$$

ここで、X_1 は、式(1)の $x_1, x_2, \cdots x_n, x_1x_2, \cdots, x_{n-1}x_n, \cdots$ に対応した列ベクトルから成る直交行列である。

$$X_1 = [\{X_1\}, \{X_2\}, \ldots, \{X_n\},\ \{X_1\}*\{X_2\}, \ldots, \{X_{n-1}\}*\{X_n\},\ \{X_1\}*\{X_2\}*\{X_3\}, \ldots,] \quad \text{--------(3)}$$

式(3)の $\{X_n\}$ は、表-1 にある要因-n の列ベクトルである。また、交互作用の項に対応する $\{X_{n-1}\}*\{X_n\}$ や $\{X_{n-2}\}*\{X_{n-1}\}*\{X_n\}$ は内積ではなく、列ベクトルの同じ行にある成分を掛けて作られるベクトルである。

基本的な 2^n 型要因配置法の実験数 m は、$m=2^n$ であり、要因が多いと膨大な実験数になる。そこで、実験数を減らすために一部実施法を用いることができる。一部実施法とは、ある要因の列ベクトルを他の幾つかの列ベクトルの積で置換することにより、実験数を削減する方法である。今、k 個の要因の列ベクトルを他の列ベクトルの積で表わすと、実験回数は、2^{n-k} となる。この時、ある要因を他の列ベクトルの積で表わした関係を交絡関係という。例えば、列ベクトル $\{X_5\}$ を $\{X_1\}*\{X_2\}*\{X_3\}*\{X_4\}$ で置換した場合は、交絡関係を $5=1*2*3*4$ と表記する。ここで注意を要するのは、交絡関係にある主効果と交互作用を分離することができないということである。上記の例について説明すると、式(2)を使って求められる要因 5 の効果（$2a_5$）は、要因 5 の主効果と要因 1,2,3,4 からなる交互作用との和である。しかしながら、一般に 3 つ以上の要因からなる交互作用は、効果が低く 4 次の交互作用は無視できるので、$2a_5$ は要因 5 の主効果を表わしていると考えて差し支えない。よって、交絡関係は、できるだけ高次の交互作用で形成するのがよい。

4. 結果の整理と解釈

結果は、主効果と交互作用を大きい順に整理して、要因の相対的重要度を調べる。例えば、ある不連続面の主効果が小さいことは、その不連続面のデーターがなくても、あまり問題にならないことを示唆している。したがって、不連続面の相対的重要度がわかれば、再調査、計測、対策工を計画する上で重要度の高い不連続面を中心に検討することができる。しかし、交互作用が大きい場合は、交互作用を形成する要因の主効果が小さくても、その要因が他の要因の主効果に影響を与えることがありえるので、主効果の小さい要因も一概に無視することはできない。

実験計画法を以上のように利用した場合の留意点は、要因の重要度が想定したすべり面よって異なることである。すなわち、あるすべり面に対して効果の小さい要因が、別のすべり面で効果が大きい場合もありえる。よって、要因の重要度は、絶対的な重要度ではないので、複数のすべり面について分析することも必要となる場合がある。ただし、解析ケースを増やす必要はなく、式(2)において{Y}を各すべり面について、入れ替えればよい。

参考文献　1)田坂誠男：品質管理の基礎、朝倉書店　2)Box,G.E.P, Hunter, W.G, Hunter, J.S., Statistics for experimenters, John Wiley & Sons.