

Ⅲ-A61

限界状態論に基づくより一般化された降伏関数と材料定数

法政大学 学 板垣 敏章

法政大学 正 草深 守人

法政大学 学 石橋 泰

1.はじめに：限界状態論を基礎とする従来の降伏関数はいずれも Cam-Clay モデルあるいは修正 Cam-Clay モデルを基本とした発展形であり、いずれも適用可能な土の種類が限定されてきた。しかも、実際にこれらのモデルを使用する際に、いずれのモデルが対象としている土質条件に対して適合しているかを判断するための基準が不明確のまま放置されていた。このため、いかに優れたモデルであっても、実務面で期待するほどの精度が確保できないなどの問題点が指摘され続け、その結果として、実務におけるこれらのモデルの普及が遅れている現状にある。上記のような問題点を解決するために、限界状態論に基づく降伏関数をより一般化し、この一般化された降伏関数について、従来の降伏関数との位置づけを明確にする。また、具体的問題を例に、室内試験から解析にいたるまでの全過程をシミュレーションすることにより実用性について考察する。

2.楕円による降伏曲面の近似：降伏曲面と任意の等方圧密応力 p_0 に対する弾性壁面との交線 AL' は、 $p \sim q$ 平面上での降伏キャップを表す（図1）。この降伏キャップと限界状態線との交点 L' を通る非排水応力経路を $Q'L'$ とし、このときの等方圧密応力を p'_0 とする。点 L' での等方圧成分 p' に等しい p 軸上の点 L を通る直線 LL' は、弾性壁面と非排水平面との交線である。このとき曲線 AL' を式(1)で表される楕円（図1）の一部として仮定した。

$$\frac{(p-p')^2}{(p_0-p')^2} + \frac{q^2}{(Mp')^2} = 1 \quad (1)$$

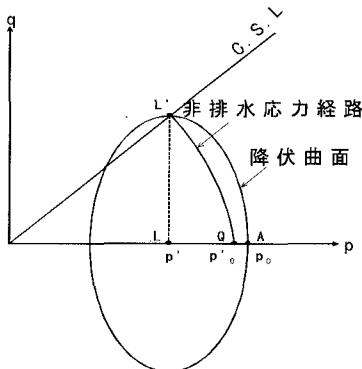


図1：降伏キャップの数学モデル

3. 材料定数 a の導入： $p \sim q$ 平面上で表わした降伏キャップ

楕円がすべての p_0 の値に対して相似であるという仮定から、図1の楕円の長軸と短軸の比は一定でなければならず、 p'/p_0 もすべての降伏キャップで一定である必要がある。このことから、式(2)で定義される定数 a を材料パラメータの一つとする。

$$a = p'/p_0 \quad (2)$$

三軸試験と圧密試験より求めた各試料の材料パラメータ a の値を表.1に示す。この表より、各々の試料の材料パラメータ a は一定値を示している。このことから材料パラメータ a は材料の種類によって決まる固有のパラメータであると考えられる。

表.1 材料パラメータ a

試料名	初期圧密圧力 (kgf/cm^2)	材料パラメータ a
粘土質シルト	1.596	0.579
	2.064	0.562
細砂混じりシルト	2.337	0.547
	3.247	0.549
シルト	1.801	0.585
	2.521	0.586
砂混じりシルト	2.547	0.553
	3.35	0.568
細砂質シルト	1.45	0.693
	2.696	0.704
ローム	1.133	0.744
	1.441	0.756
	1.808	0.747
粘土	1.25	0.639
	1.75	0.628
	2.00	0.628
	2.25	0.628

4.一般化降伏関数：式(1)および式(2)より、限界状態論に基づく降伏関数 f を次式で与える。

$$f = a^2 M^2 p^2 - 2a^3 M^2 p p_0 + a^2 (2a - 1) M^2 p_0^2 + (1 - a)^2 q^2 = 0 \quad (3)$$

式(3)で示した降伏関数は、新たに導入した材料定数 a を $a = 0.5$ と置くことによって、修正 Cam-Clay モデルを表すことができることから、式(3)の降伏関数は、従来の Cam-Clay モデルあるいは修正 Cam-Clay モデルの自然な

拡張となっており、より一般化された降伏基準と解釈できる。

5. 間隙水圧：載荷・除荷過程で粘土内に発生する間隙水圧と応力の構成式は、応力の第一・第二不変量に關係する2つの間隙水圧係数A、Bを用いて式(4)で与えた。

$$u = B \frac{J_1}{3} + A \sqrt{3J_2D} \quad (4)$$

6. 構成方程式：以上により、一般化降伏関数を用いて、関連流れ則に従う弾塑性構成方程式を式(5)に示す。

$$d\sigma_{ij} = \left[C_{ijkl} - \frac{C_{ijrs}A_{rs}B_{mn}C_{mnkl}}{B_{mn}C_{mnrs}A_{rs} - \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_p} A_{ii}} \right] d\varepsilon_{kl} \quad (5)$$

$$A_{ij} = \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} \quad B_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$$

7. 実験値と計算値の比較：提案した降伏関数の実用性を評価・検討するために、非排水三軸試験の結果と、その有限要素解析結果を、「応力経路」および「偏差応力-ひずみ」で比較した。試料の材料定数は、三軸非排水試験および等方圧密試験より $M=1.483$, $\lambda=0.114$, $\kappa=0.009$, $a=0.6$ と決定された。また、ポアソン比・A・Bはそれぞれ $\nu=0.25$, $A=0.4$, $B=0.4$ とした。例として、初期圧密応力 1.75 kgf/cm^2 ・ 2.25 kgf/cm^2 の試料におけるそれぞれの実験結果と計算結果を図2・図3・図4および図5に示す。

8. 結論：1. 限界状態論に基づく一般化降伏関数に対する構成方程式を具体的に示した。2. 構成方程式に含まれる間隙水圧の発生項が、応力の第一不変量と偏差応力の第二不変量の関数として具体的に定式化された。3. いくつかの具体的な例題について数値解析を行い、解析結果と実験結果との比較から本研究で示した構成方程式の有効性と開発したプログラムの信頼性がほぼ確認できた。

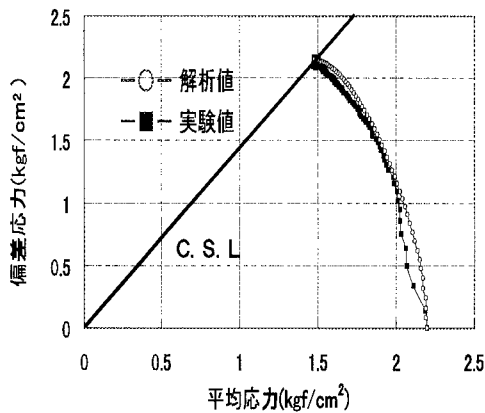


図2: 応力経路 (2.25 kgf/cm^2)

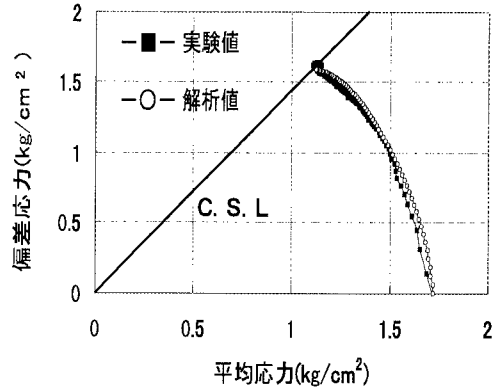


図3: 応力経路 (1.75 kgf/cm^2)

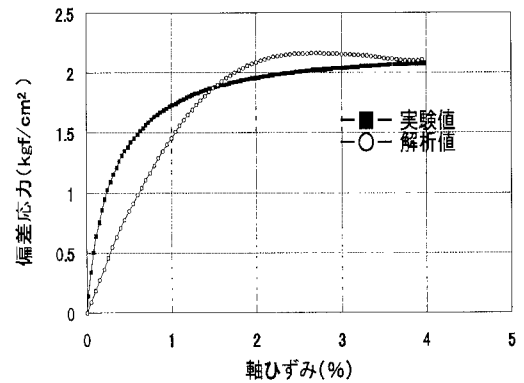


図4: 偏差応力-ひずみ図 (2.25 kgf/cm^2)

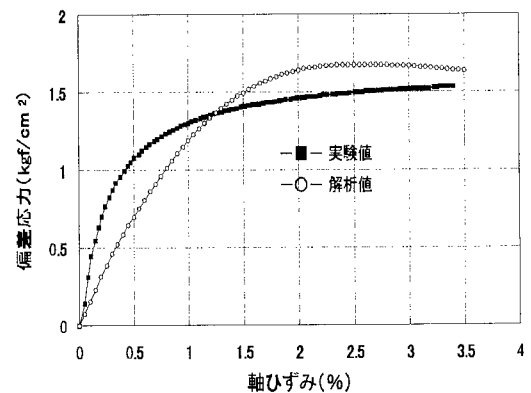


図5: 偏差応力-ひずみ図 (1.75 kgf/cm^2)

[参考文献]

1) Wood, D.M., Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics, (Cambridge University Press, 1990)