

Ⅲ-A13

マイクロメカニクスによる粒状体流動則の考察

東北大学 学生員 ○武 建勲

東北大学 学生員 浅沼 秀雄

東北大学 正 員 岸野 佑次

1. はじめに 著者らは粒状要素法を用いて粒状体の弾塑性挙動の考察を行ってきた¹⁾. 本文は流動則のマイクロメカニズムを調べるために, 粒状体の静力学的平衡条件および増分型剛性行列の固有値解析^{2, 3)}をもとに考察を行った.

2. 2次元粒状体モデルと载荷シミュレーション試験 図-1に示すように, 半径が0.5 cm から1 cmの395個の粒子をパッキングした粒子集合を供試体モデルの初期状態とする. 境界粒子Bの重心の座標 $(X, Y)_B$ は常に次に示す位置に移動させることとする(添字0は初期状態を表す).

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_B = \begin{bmatrix} 1-\varepsilon_x & -\gamma_{xy}/2 \\ -\gamma_{xy}/2 & 1-\varepsilon_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix}_B \quad (1)$$

ここに, $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ は伸縮ひずみ(圧縮正), γ_{xy} はせん断ひずみ(工学ひずみ)である. 粒子間の接触点において法線および接線方向のバネ定数を $c_n=1000 \text{ kgf/cm}^2$, $c_t=700 \text{ kgf/cm}^2$, 摩擦角 $\phi=25^\circ$ とする. また, 粒子の接触点において, 常に次式が満たされるようにする.

$$p_n \geq 0 \quad (2)$$

$$|p_t| \leq p_n \tan \phi \quad (3)$$

ここに p_n, p_t はそれぞれ接触力の法線方向及び接線方向成分である. 粒子集合に作用する平均的応力テンソルは

$$\sigma = \frac{1}{A_0} \sum_B F_B R_B^t \quad (4)$$

と定義される¹⁾. ここに A_0 は粒子集合体の面積, $\sum_B$ は全ての境界粒子Bについての和, F_B と R_B は境界粒子に外部から接触点を介して作用する力及び境界粒子中心の位置ベクトルを表す. 等方圧(2 kgf/cm^2)を受けた状態を初期状態(A)として, 側圧を一定とするせん断载荷試験を行った結果を図-2に示す.

3. 粒状体の降伏条件 よくパッキングされた安定的な3次元任意形状剛体粒子集合体を考える. 初期主応力状態 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ に対して $(\alpha\sigma_1, \alpha\sigma_2, \alpha\sigma_3)$ となるように比例载荷しても粒子間に滑りは生ぜず, 粒子の接触関係も変わらない. このことは次のようにして説明される.

粒子集合の主応力が $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ である状態を安定状態であるとすれば, 全ての接触点について接触条件(2)と滑りを生じない条件(3)が成立し, かつ各粒子について以下の平衡条件が成立する.

$$\sum_G f_G = 0 \quad (5)$$

$$\sum_G f_G \times r_G = 0 \quad (6)$$

ここに $\sum_G$ は各粒子の全接触点について和を取ることを意味する. f_G は接触点Gの接触力ベクトル, r_G は接触点の位置ベクトルを意味する.

いま, 全ての接触力 f_G を αf_G , 境界粒子に作用する外力 F_B を αF_B に変えると, 式(2),(3),(4),(5),(6)は以下のようになり平衡条件や滑らない条件はそのまま満たされる.

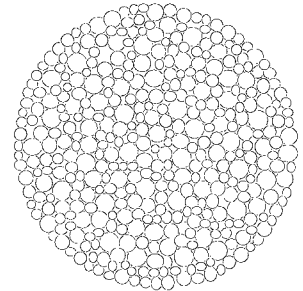


図-1 粒状体モデル (395個)

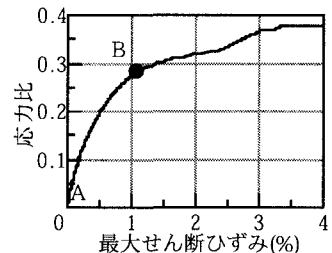


図-2 载荷試験の応力ひずみ曲線

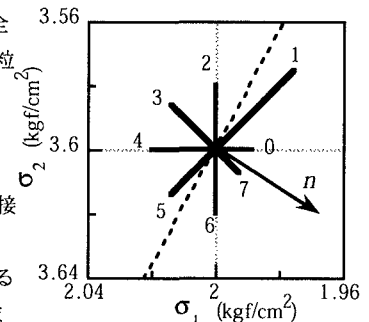


図-3 等投影長プローブ試験

Keyword: Elastoplasticity, Granular material, Granular Element Method, Probe test

〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉東北大学大学院工学研究科土木工学専攻 TEL 022-217-7421 FAX 022-217-7423

$$\alpha p_n \geq 0, \quad |\alpha p_i| \leq \alpha p_n \tan \phi, \quad (\alpha \sigma) = \frac{1}{A_0} \sum_B \alpha F_B R_B^i, \quad \sum_G \alpha f_G = 0, \quad \sum_G \alpha f_G \times r_G = 0$$

以上のように、比例荷重過程では粒子同士がすべらず、粒子集合の接触関係はそのまま保持されることになる。

以上より、安定的剛体粒子からなる粒状体の降伏曲面は主応力座標の原点を通る直線群として表される必要がある。2次元の場合に降伏線は $\sigma_2/\sigma_1 = c$ または $q/p = c$ で表される。このことを確認するために等投影長プローブ試験を行う。

4. 等投影長プローブ試験 図-2の載荷曲線上のB点から出発してプローブ試験¹⁾を行う。塑性論によって、塑性ひずみ増分の大きさは応力増分と降伏線の外向き法線 n の内積に比例して生じるので、図-3に示すように、載荷方向(0,1,6,7)の応力増分を n の方向へ投影した長さが等しくなるように応力増分の大きさを調整して与えることとした。図中の破線は原点を通るように描いた降伏線である。図-4に等投影長プローブ試験から得られた塑性ひずみ増分を示す。同図より明らかなように、0,1,6,7載荷方向に塑性ひずみ増分はほぼ等しい。塑性ひずみ増分と同様に、粒子の移動パターンも類似なものとなる。このパターンの類似性を調べるために増分型剛性行列の固有値解析を行う。

5. 固有値解析 個別要素法と異なり、粒状要素法は固有値解析²⁾に馴染みやすい。載荷試験のあるステップにおいて次の増分型全体剛性関係式を求めることができる。

$$F = SU \quad (7)$$

ここに、 F は応力増分と各粒子の重心に付加する力の増分より成るベクトル、 S は全体剛性行列、 U は F の力学量に対応するひずみ増分と内部粒子の移動量増分より成るベクトルである。 S に対し次式で表される固有値解析を行うことができる。

$$SU_n = \lambda_n U_n \quad (n=1,2,\dots,N) \quad (8)$$

ここに、 N は自由度、 λ_n, U_n は n 番の固有値と固有モードである。なお、 $n < m$ に対して $\lambda_n \leq \lambda_m$ とする。さらに、任意のベクトル U に対して次式のような固有モード展開を行うことができる³⁾。

$$U = \sum_{n=1}^N \alpha_n U_n \quad (9)$$

図-3の0,1,6,7載荷方向の粒子移動パターンについての固有モード展開(自由度は約1000)を作り、固有モード係数 α_n を求めると、図-5.6に例示したように、各載荷方向とも非常に類似した結果を得た。なお、20番目の固有モードまでを用いた固有モード展開の近似度はほぼ80%である。

6. あとがき 本文では、粒状要素法載荷試験により、2次元の降伏条件は応力空間の原点を通る直線になる理由を説明し、この降伏線の外向き法線への投影が等しくなるような応力増分について、載荷方向によらずに同じ塑性ひずみ増分を生じることを示した。また、固有モード解析により塑性ひずみを生じる際の粒子移動のモードも殆ど一致することを確認した。

参考文献

- 1) 武, 岸野, 京谷: シミュレーションによる粒状体変形特性のモデル化に関する考察, 土木学会東北支部技術研究発表会講演概要集, pp. 326-327, 1998.
- 2) 岸野: 粒状体の固有変形解析, 土木学会論文集 No.481 / III-25, pp.87-95, 1993.
- 3) 浅沼, 岸野, 武: 固有値解析による粒状体の弾塑性挙動の考察, 土木学会東北支部技術研究発表会講演概要集, pp. 324-325, 1998.

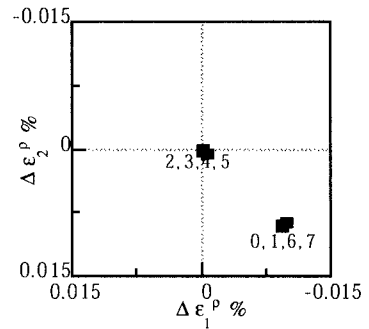


図-4 B点についての塑性ひずみ増分

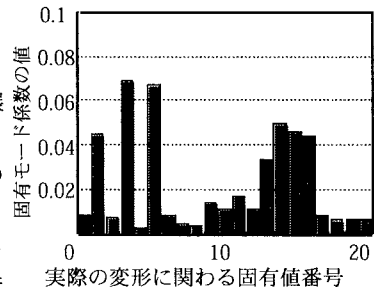


図-5 B点での1方向の固有モード係数

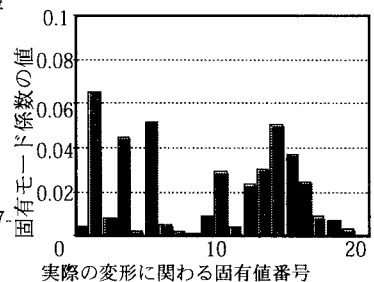


図-6 B点での7方向の固有モード係数