

大日本コンサルタント 学生会員 塚本敬人

長岡技術科学大学 楊 宏選* 正会員 福嶋祐介 早川典生

一 はじめに

いろいろな廃水の水中への放流、工場煙突による大気中への煙の放出などは密度噴流の例である。排水口の向きが周囲流れと重力の方向の作る平面にない場合、密度噴流の中心軸は空間中に三次元の曲線を描く。このような密度噴流を三次元密度噴流と称する。三次元密度噴流の流動機構が複雑で、その研究例は Hirst の他にとても少ない。本研究は Hirst の研究を再検討し、実験と照合して三次元密度噴流の流動機構を究明していく。

二 自然座標系と積分方程式

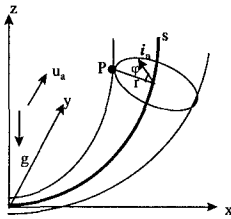


図1 自然座標系

三次元噴流の解析には、図1のような自然座標系を組み立てる。この座標系では、噴流中心軸を一つの座標軸 s として、 s 軸に直角な面内で s 軸からの距離を r 、主法線ベクトルからの角度を ϕ とする。空間内の任意の一点 P はこの座標系によって (s, r, ϕ) と定義される。この座標系は斜交座標系である。しかし、振り半径が十分大きければ、この座標系は近似的に直交曲線座標系と見なすことが出来る。この場合、スケール因子は次のようになる。

$$h_s = 1 - r \cos \phi / R, \quad h_r = 1, \quad h_\phi = r$$

噴流は非圧縮性定常状態、軸対称、強い乱流、圧力は静水圧と仮定して、さらに次のような相似分布形を仮定する。

$$\bar{u} = u_a S_1 C_2 + \Delta u_m \exp(-r^2 / b^2)$$

$$\rho_a - \bar{\rho} = \Delta \rho_m \exp[-r^2 / (\lambda b)^2]$$

上述の自然座標系を用いて、基礎方程式を噴流断面で積分して次のようになる。

$$\text{連続方程式} \quad \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{2} b^2 p \right) = E$$

$$\text{s-mom} \quad \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{4} b^2 p^2 \right) = gh S_2 + u_a S_1 C_2 E$$

$$\text{z-mom} \quad \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{4} b^2 p^2 S_2 \right) = gh$$

$$\text{y-mom} \quad \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{4} b^2 p^2 S_1 C_2 \right) = u_a E$$

スカラーの保存

$$\frac{d}{ds} \left(h \left(u_a S_1 C_2 + \frac{\Delta u_m}{\lambda^2 + 1} \right) \right) = -\frac{1}{2} p b^2 \frac{d}{ds} \left(\frac{\rho_a}{\rho_0} \right)$$

ここで

$$p = 2u_a S_1 C_2 + \Delta u_m$$

$$h = \frac{1}{2\rho_0} \lambda^2 b^2 \Delta \rho_m$$

E : 連行係数

また、境界方程式は

$$\frac{dx}{ds} = C_1 C_2, \quad \frac{dy}{ds} = S_1 C_2, \quad \frac{dz}{ds} = C_2$$

したがって、8つの s に関する常微分方程式が得られる。未知数は $x, y, z, \Delta u_m, \Delta \rho_m, b, \theta_1$ と θ_2 の8つであるから、上式が解ける。

三 数値計算と実験との比較

数値計算する前に連行係数 E を決めなければならない。Hirst は次式を提案した。

$$E = b \left(0.057 + \frac{0.97}{F_L^2} S_2 \right) \left(\Delta u_m + 9.0 u_a \sqrt{1 - (S_1 C_2)^2} \right)$$

この連行係数に基づいて表1の初期条件で計算し

キーワード 密度噴流、連行係数、自然座標系

*〒940-21 長岡市上富岡町 1603-1 長岡技術科学大学建設系水工研, Tel 0258-47-1611ex6474

てみた。計算結果を線、実験結果を点で図 2～4 に示している。

表 1. 実験および計算条件

Run	Fr_0	u_0/u_0	θ_1	θ_2
F40-4	40	0.25	90	90
F20-16	20	0.0625	90	90
F10-8	10	0.125	90	90
ID2051	∞	0.40	0	0
ID2052	∞	0.25	0	0
ID2054	∞	0.125	0	0

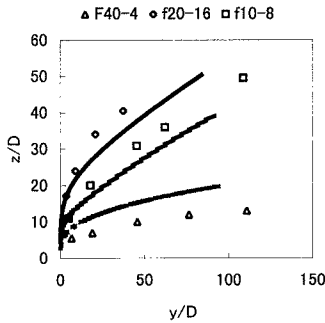


図 2 密度噴流の中心軸
(参考文献 2 のデータを参照)

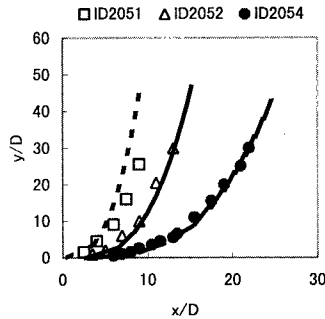


図 3 噴流の中心軸
(参考文献 1 のデータを参照)

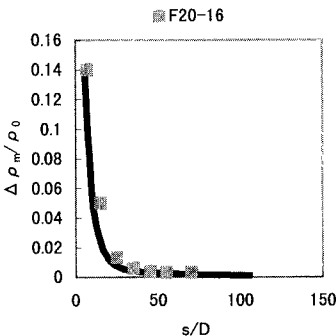


図 3 密度噴流中心軸における密度減衰
(参考文献 2 のデータを参照)

四 ディスカッション

図 2～4 に示されているように、計算値と実験値がよく一致している。ただし、噴流中心軸は計算結果が観測値に比べ、速く曲がっている場合もある。予測精度を高めるには、連行係数 E をさらに修正していく必要がある。

なお、三次元密度噴流の挙動を左右する要因は初期フルード数 Fr_0 、初期密度差、噴出角、流速比の他に、周囲流速の噴流への動水圧力も無視できない。特に流れ場に直角にまたは逆らって噴出する場合、周囲流体の噴流に垂直な流速成分による動水圧力は噴流の曲がり具合を大きく影響する。上式は静水圧と仮定しているが、動水圧項を導入することで噴流中心軸をよりよく予測できると考えられる。

付録 1—参考文献

- 1) Hirst, E., Buoyant jets with three-dimensional trajectories, J. Hyd. Div., ASCE, Vol. 98, pp. 1999-2014, 1972
- 2) Fan, L. N., Turbulent buoyant jets into stratified or flowing fluids, Report No. KH-R-15, Keck laboratory of hydraulics and water resources, California institute of technology, 1967

付録 2—注釈

R : 噴流中心軸の曲率半径 ;

C_i, S_i : $\cos\theta_i, \sin\theta_i$

$()_a$: 周囲流体の値 ;

$()_m$: 噴流中心軸での値

$()_0$: 噴流の初期値 ;

θ_1 : 噴流中心軸と水平面のなす角

θ_2 : 噴流中心軸の水平面への射影と x 軸のなす角

Fr : フルード数 ;

Fr_L : ローカルフルード数

c : 保存する物理量, 温度または塩濃度など

b : 噴流幅を表すパラメータ

ρ : 噴流の密度

$\Delta u_m = u_m - u_a S_1 C_2$

$\Delta \rho_m = \rho_m - \rho_a$