

II-412

負の浮力を持って斜面上に放出される三次元密度噴流に関する積分モデル

東京電機大学大学院 学生員 渡辺 徹
 東京電機大学理工学部 正会員 有田正光
 東京電機大学理工学部 正会員 中井正則

1. はじめに

負の浮力を持って斜面上に放出される三次元密度噴流は貯水池における河川濁水の流入, 浅海域における冷排水の拡がりなどにおいて現れるものであり, 環境水理学上の重要な現象である. 本研究では, この現象について準三次元積分モデルの構築を試みた.

2. 積分モデル

解析の対象とする流れは図-1のようであり, 基礎となる方程式は次式である. なお, ここでの解析の対象領域は放出口~密度噴流の潜り点である.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{連続方程式}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_t \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (x \text{ 方向のN-S方程式}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Delta \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \Delta \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \Delta \rho w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon_t \frac{\partial \Delta \rho}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_t \frac{\partial \Delta \rho}{\partial z} \right) \quad (\text{浮力の拡散方程式}) \quad (3)$$

ここで, u, v, w はそれぞれ x, y, z 方向の流速, p は圧力, ρ, ρ_a はそれぞれ放出水密度と周囲水密度, $\Delta \rho = \rho - \rho_a$ は密度差, ν_t, ϵ_t はそれぞれ渦動粘性係数と渦動拡散係数である. 流速 u および密度差 $\Delta \rho$ に対して,

$$\frac{u}{u_c} = f_1(\eta) \quad (4) \quad \frac{\Delta \rho}{\Delta \rho_c} = f_2(\eta) \quad (5)$$

のように自己保存性を仮定する. ここで, $u_c, \Delta \rho_c$ はそれぞれ中心軸上 ($y=0$) における流速と密度差, $f_1(\eta), f_2(\eta)$ は相似関数, $\eta = y/b(x)$, $b(x)$ は代表拡がり半幅である. 式(4), (5)を式(1)~(3)へ代入して $y=-\infty \sim \infty, z=0 \sim H(x)$ の範囲で断面面積分し, さらに, 諸量 $u_c, b, \Delta \rho_c, H, x$ をそれぞれ

$$u_c = u_{c*} \cdot u_0, \quad b = b_* \cdot B_0, \quad \Delta \rho_c = \Delta \rho_{c*} \cdot \Delta \rho_0, \quad H = H_* \cdot H_0, \quad x = x_* \cdot H_0 \quad (6)$$

のように無次元化した上で, 無次元量 $b_*, u_{c*}, \Delta \rho_{c*}$ について整理することにより最終的に次式を得る (*を付けた量が無次元量である). なお, u および $\Delta \rho$ は全流程にわたって z 方向に一定とした.

$$\frac{\partial b_*}{\partial x_*} = \frac{1}{1 - Ri/Ric} [-S_\ell + (2 - Ri/Ric) E_h + F_b] \cdot b_* \quad (7)$$

$$\frac{\partial u_{c*}}{\partial x_*} = \frac{1}{1 - Ri/Ric} [(Ri/Ric) S_\ell - E_h - F_b] \cdot u_{c*} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \Delta \rho_{c*}}{\partial x_*} = -E_h \cdot \Delta \rho_{c*} \quad (9)$$

$$\text{ただし, } S_\ell = \frac{S}{H_*} = \frac{S}{1 + Sx_*}, \quad E_h = \frac{\alpha_y}{I_1} \frac{1}{Aso b_*}, \\ F_b = \frac{C_f}{2H_*} \cos \theta = \frac{C_f}{2(1 + Sx_*)} \cos \theta \quad (10)$$

ここで, S_ℓ, E_h, F_b はそれぞれ斜面効果, 水平連行, および底面摩擦を表す無次元項である. また, $H(x) = 1 + S \cdot x$ は水深, $S (= dH/dx = \tan \theta)$ は斜面勾配, g は重力加速度, α_y は水平連行係数, C_f は底面の摩擦抵抗係数, $Aso (= B_0/H_0)$ は放出口のアスペクト比, Ri, Ric はそれぞれ局所Richardson数と限界Richardson数, I_1 は積分定数であ

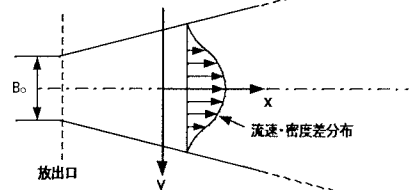
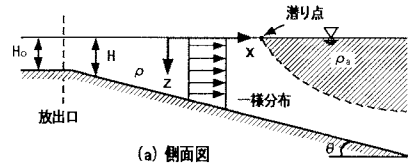


図-1

Key words : Three-dimensional negatively buoyant jets, Semi-three-dimensional integral model

〒350-0394 埼玉県比企郡鳩山町石坂 TEL 0492-96-2911 FAX 0492-96-6501

る。なお、添字0は放出口での量であることを示している。

式(10)より、 S の増大に伴って S_e は大きくなり、 F_b は小さくなること、また、両者は無次元水深 H^* の増大に伴って小さくなることがわかる。さらに、 A_{s0} 、 b^* が小さいほど E_b が大きくなることも理解される。これらは、いずれも物理的に妥当な特性と言える。

3. 解析結果と考察

著者らはこの現象について、これまで実験的に取り扱ってきた¹⁾。その結果によれば、密度噴流の流動機構は放出密度フルード数 Fo と斜面勾配 S の違いによって大きく変化し、 Fo が小さく、 S が大きい場合には密度噴流は密度流的特性が強くなり、逆に Fo が大きく、 S が小さい場合には噴流的特性が強くなる。本解析では、この実験的知見と同様の視点より解析解の特性を調べることにした。なお、紙面の制限により、ここでは S に対する現象の変化のみを示す。解析では、 $f_1(x)$ 、 $f_2(x)$ の関数形にガウス分布を採用しており、 $Ri_c=1.0$ となっている。また、 $b(x)$ は中心軸($y=0$)から u/uc 、 $\Delta\rho/\Delta\rho_c=1/e$ （ e ：自然対数の底）となる位置までの距離とし、さらに、 $\alpha_y=0.053$ （一定）、 $C_f=0.01$ 、 $A_{s0}=1.25$ 、放出密度フルード数 $Fo=5.0$ とした。

図-2～4に、斜面勾配 S を変化させた場合の b^* 、 uc^* 、 $\Delta\rho_{c^*}$ の流下方向変化を示す。図-2よりわかるように、 S が大きくなるにつれて b^* の増大率は減少する。これは S が大きいほど式(7)の S_e が増大するからである(式(10)参照)。なお、 C_f が小さいために F_b は S_e 、 E_b に比べて十分小さく、大きな影響を及ぼさない。図-3では S の増大に伴

って uc^* の低減が激しくなっている。これらのケースでは Fo が比較的大きく($Fo=5.0$)、放出口近傍($x^*\leq 10$)において $Ri/Ri_c\ll 1$ となっており、式(8)において右辺第1項(Ri/Ri_c) S_e の影響はほとんどない。また、前述のように F_b も相対的に小さいことより、式(8)の右辺において主要な役割を果たすのは第2項 E_b のみである。したがって、 S の増大に伴って E_b が増大することにより、 uc^* の低減が激しくなっていくのである(E_b が増大するのは、 b^* が小さくなるためである：式(10)、図-2参照)。なお、 uc^* の低減において水平連行が支配的になるのは、 C_f が小さく、 Fo が大きいことのみならず、 A_{s0} が相対的に小さいこととも関係している(式(10)参照)。さらに、図-4では S が大きいほど $\Delta\rho_{c^*}$ の低減率が大きくなっている。これは式(9)の E_b が増大するからである。

4. おわりに

図-3の結果は、その傾向が実験結果¹⁾のそれと一致していない。それは、本モデルが「密度噴流の流動機構は Fo と S によって大きく変化する」と言う点を十分に包含していないからと考えられる。この原因は水平連行係数 α_y を一定にしたためであり、 α_y を Fo と S の関数として与え、本モデルを改良・確立していく必要がある。

参考文献

- 1) 有田・中井・渡辺・梅基：水工学論文集，第42巻，pp. 535～540，1998.

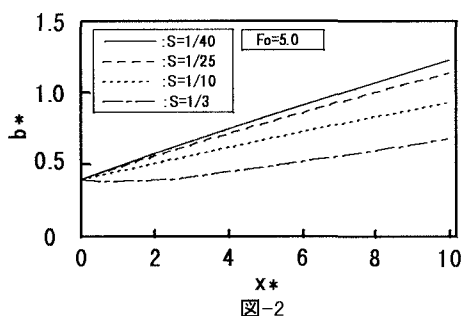


図-2

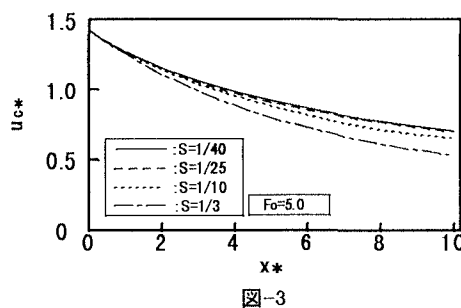


図-3

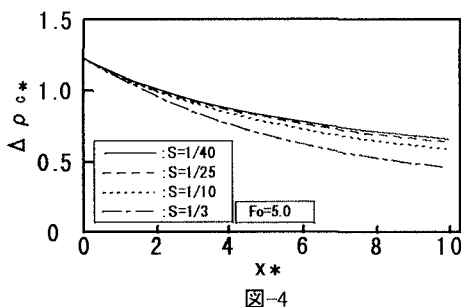


図-4