

非ブーシネスク $k-\varepsilon$ 乱流モデルによる固流二相流の解析

株式会社ニュージェック 正会員 ○野口 和義
長岡技術科学大学工学部 正会員 福嶋 祐介

1. はじめに

固体粒子の浮遊を伴い、固体と流体の二相からなる流れを固流二相流という。これらの流れのうち、固体と流体の密度差が大きい場合、ブーシネスク近似が成立しない。本稿では、このような流体を非ブーシネスク流体と考え、非ブーシネスク流体に対して適用可能な $k-\varepsilon$ 乱流モデルを開発し、これを吹雪の数値計算に適用した結果、及び、ブーシネスク流体と非ブーシネスク流体の計算結果の比較について述べる。

2. 非ブーシネスク $k-\varepsilon$ 乱流モデル

固流二相流の流れに対して、ナビエ・ストークス方程式、固体粒子の輸送方程式をもとにレイノルズ方程式、レイノルズ応力の方程式、乱れエネルギー k の方程式を導いた。さらに、均一流体の k 方程式と分子粘性逸散率 ε の方程式の類推から非ブーシネスク流体に対する ε 方程式を導いた。このように得られた非ブーシネスク $k-\varepsilon$ 乱流モデルの基礎方程式は、次のようである。

・ 固体粒子の拡散方程式

$$\frac{v_t}{\sigma_t} \frac{dc}{dz} = -w_s \cos \theta (c - F_s) \quad (1)$$

・ x 方向のレイノルズ方程式

$$\frac{d}{dz} \left(\rho v_t \frac{du}{dz} \right) + \rho_a R \frac{v_t}{\sigma_t} \frac{dc}{dz} \frac{du}{dz} + \rho_a R (c - F_s) g \sin \theta - \frac{dp}{dx} = 0 \quad (2)$$

・ 乱れエネルギー k の方程式

$$\frac{d}{dz} \left(\rho \frac{v_t}{\sigma_k} \frac{dk}{dz} \right) + P + G - \rho \varepsilon = 0 \quad (3)$$

・ 分子粘性逸散率 ε の方程式

$$\frac{d}{dz} \left(\rho \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{dz} \right) + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \{ P + (1 - c_{3\varepsilon}) G \} - c_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} = 0 \quad (4)$$

ここで、 v_t は渦動粘性係数、 P は乱れエネルギーの生成項、 G は負の生成項であり次のようである。

$$v_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5)$$

$$P = \rho v_t \left(\frac{du}{dz} \right)^2 - k \rho_a R \frac{v_t}{\sigma_t} \frac{d}{dz} \left(\frac{dc}{dz} \right) \quad (6)$$

$$G = g \cos \theta \rho_a R \frac{v_t}{\sigma_t} \frac{dc}{dz} \quad (7)$$

ここで、 u は流下方向の流速、 c は固体粒子の濃度、 g は重力加速度、 z は上向き座標、 w_s は固体粒子の沈降速度、 F_s は鉛直方向のフラックス、 θ は斜面の傾斜角、 σ_t は渦拡散係数と渦動粘性係数との比、 $\sigma_k, \sigma_\varepsilon, c_\mu, c_{1\varepsilon}, c_{2\varepsilon}, c_{3\varepsilon}$ は $k-\varepsilon$ 乱流モデルの数値定数である。

混相流体の密度は次のようである。

$$\rho = \rho_a (1 - c) + \rho_s c = \rho_a (1 + Rc) \quad (8)$$

ここで、 ρ は混相流体の密度、 ρ_s は固体粒子の密度、 ρ_a 流体の密度、 R は流体中での比重で $R = (\rho_a - \rho_s) / \rho_a$ 、 Rc は相対密度差である。

境界条件は次のようになる。

$z = z_0$ (底面近傍)

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z_0}{k_s} + Ar \quad ; \quad \overline{c'w'} \Big|_{z=z_0} = w_s E_s$$

$$\frac{k}{u_*^2} = \frac{1}{\sqrt{c_\mu}} \quad ; \quad \varepsilon = \frac{u_*^3}{\kappa z_0} \quad (9)$$

$z = z_1$ (境界層外縁) で

$$\overline{c'w'} \Big|_{z=z_1} - w_s \cos \theta c_1 = -w_s \cos \theta F_s \quad (10)$$

$$\frac{du}{dz} = \frac{dk}{dz} = \frac{d\varepsilon}{dz} = 0 \quad (11)$$

ここで、 u_* は摩擦速度、 κ はカルマン定数(0.4)、 Ar は無次元定数(8.5)、 k_s は相当粗度、 E_s は固体粒子の連行係数である。

乱流モデル、吹雪、数値計算

〒940-2188 長岡市上富岡町 1603-1 TEL 0258-46-6000 FAX 0258-47-9600

非ブーシネスク流体としたことの効果は、拡散項の中で密度が考慮されていること、及び、式(2)の第二項が考慮されていることに現れている。

3. 吹雪への適用

吹雪の運動形態（図1）は、転がり、跳躍、浮遊の3つに分類することができる。本稿では、この3つ運動形態のうち浮遊を対象に数値計算を行った。

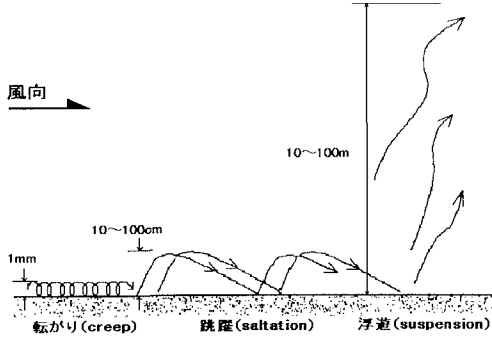


図1 吹雪の運動形態

吹雪を想定した数値計算を行うため、得られた基礎方程式を、無次元化し、さらに差分法により離散化した。これを用いてリラクゼーション法により数値解を求めた。計算では、鉛直方向 50m の範囲を考え、底面濃度 c_b 、雪の粒径 D_s 、傾斜角 θ を与えた。このうち底面濃度 c_b を変化させ、他は一定とした。これは、底面濃度を変化させた場合、流速分布や濃度分布がどのようになるかを調べるためである。

表1 計算条件

	Case1			Case2		
c_b (%)	0.01	0.03	0.05	0.01	0.03	0.05
D_s (mm)	0.8			0.12	0.16	0.18
θ (°)	0			30		

図2に傾斜角0度の場合の計算結果を示す。計算条件は表1のCase1を用いた。これは、平地で起こる吹雪を想定している。この図より、流速分布に関しては、底面付近で少しではあるが、底面濃度の値が大きいとそれに対する流速の値は小さくなっていることがわかる。これは、雪粒子の乱れにより流速が抑えられたためだと考えられる。濃度分布に関しては、底面付近で大きな勾配をとり、上部で零に収束していることがわかる。

図3に傾斜角30度の場合の計算結果を示す。計算条件は表1のCase2を用い

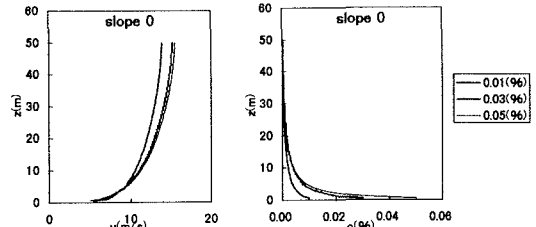


図2 傾斜角0度の場合の計算結果

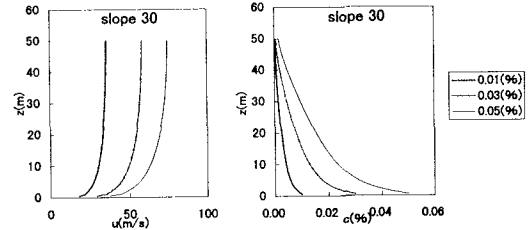


図3 傾斜角30度の場合の計算結果

た。これは、山岳地帯で起こる吹雪を想定している。この図より、流速分布に関しては、底面濃度の値が大きいほどそれに対する流速の値もかなり大きくなっていることがわかる。これは、傾斜角が大きくなることで流下方向に対して雪粒子の重力が働いたためだと考えられる。また、式(2)からもこのことは説明できる。濃度分布に関しては、底面濃度の値が大きいほど緩やかな勾配となっていることがわかる。ここで、それぞれの底面濃度に対する雪の粒径が異なっているのは、上部で零に収束させるためである。

図4にブーシネスク流体と非ブーシネスク流体の比較を示す。ブーシネスク流体とするため、プログラム中で $\rho = 1$ (g/cm³) として計算を行った。計算条件は表1のCase2を用い、両者に対してこの計算条件とした。これらの図は、各底面濃度における両者の流速分布を比較したものである。底面濃度の値が大きくなると両者の違いが明らかになり、ブーシネスク流体の流速の値の方が大きくなっていることがわかる。これはブーシネスク計算では、運動方程式において重力項を過大評価するためである。

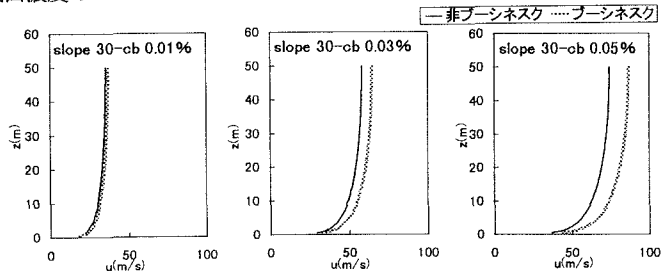


図4 ブーシネスク流体と非ブーシネスク流体の比較