

単純化した山間盆地における洪水流況の数値計算

岐阜大学工学研究科 学生会員 呂 福祿¹岐阜大学工学部 正会員 藤田 裕一郎¹

1. はしがき 沖積地の水害の軽減ためには、洪水による河川の変動と周辺地形の変化、すなわち沖積地の形成と変化を予測する努力を続けていかなければならない。本研究では、沖積地の形成過程とその変化状況を明らかにする第一歩として、単純な楕円型を想定し山間河川による谷底平地の洪水時における流況に関する数値計算モデルの開発を試み、流況を取り上げ、計算と実験結果をに考察を加えた。

2. 流れの基礎方程式と差分法 基礎方程式として、静水圧分布を仮定し、Coriolis 力および水面に作用するせん断力を無視して、レイノルズ方程式を水深方向に積分した非定常二次元の St. Venant 浅水流方程式¹⁾を使用している。両側境界方向を ξ 方向、それと交わる方向を η 方向をした。一般座標系における基礎方程式を記述すれば下ようになる²⁾。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\xi_x M + \xi_y N}{J} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{\eta_x M + \eta_y N}{J} \right] = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{M}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\xi_x (M^2/h) + \xi_y (MN/h)}{J} + q_{11} M \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{\eta_x (M^2/h) + \eta_y (MN/h)}{J} + q_{22} M \right] \quad (2)$$

$$= \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} (v g_{11} M) + 2 \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} (v g_{12} M) + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} (v g_{22} M) + g h \frac{(\xi_x \partial E / \partial \xi + \eta_x \partial E / \partial \eta)}{J} - g h S_{\xi} / J$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{N}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\xi_x (MN/h) + \xi_y (N^2/h)}{J} + q_{11} N \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{\eta_x (MN/h) + \eta_y (N^2/h)}{J} + q_{22} N \right] \quad (3)$$

$$= \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} (v g_{11} N) + 2 \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} (v g_{12} N) + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} (v g_{22} N) + g h \frac{(\xi_y \partial E / \partial \xi + \eta_y \partial E / \partial \eta)}{J} - g h S_{\eta} / J$$

ここに、 M 、 N はそれぞれ x と y 軸の流量フラックス $M=uh, N=Vh$ 、 u 、 v はそれぞれ x 、 y 方向の流速、 h は水深、 E は水位、 g は重力加速度、Manning 則を用いた河床摩擦勾配項及び上式の変換速度成分 U 及び V は

$$S_{\xi} = g n^2 M \sqrt{M^2 + N^2} / h^{10/3}, \quad S_{\eta} = g n^2 N \sqrt{M^2 + N^2} / h^{10/3}, \quad U = \xi_x u + \xi_y v, \quad V = \eta_x u + \eta_y v$$

ε は渦動粘性係数で $\varepsilon = \kappa u_* h / 6$ 、(κ はカルマン定数 $= 0.4$)、 u_* は摩擦速度である。また、その他の記号は、

$$q_{11} = v_{\xi} g_{11} + v_{\eta} g_{12} + v f_{11}, \quad q_{22} = v_{\eta} g_{22} + v_{\xi} g_{12} + v f_{22}, \quad J = 1 / (x_{\xi} y_{\eta} - x_{\eta} y_{\xi})$$

$$g_{11} = (\xi_x^2 + \xi_y^2) / J, \quad g_{12} = (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) / J, \quad g_{22} = (\eta_x^2 + \eta_y^2) / J, \quad f_{11} = (\xi_{xx} + \xi_{yy}) / J, \quad f_{22} = (\eta_{xx} + \eta_{yy}) / J$$

である。一般座標における上式を TVD-MacCormack スキーム³⁾を用いて差分化し、計算を行った。

3. 山間盆地のモデル化と計算条件 実際の盆地の形状は様々であるが、ここでは、その平面形状を長軸と短軸の比が 1.5:1 の楕円形で単純化した、流入側と流出側の河川の幅をそれぞれ短軸の 1/4 と 1/5 に設定した。

計算格子はポアソン方程式の繰り返し計算によって求めたが、初期格子は、Transfinite 補間法で与えている。なお、計算領域の河床勾配は 1/500 としている。また、Manning 係数は 0.015 を用いている。

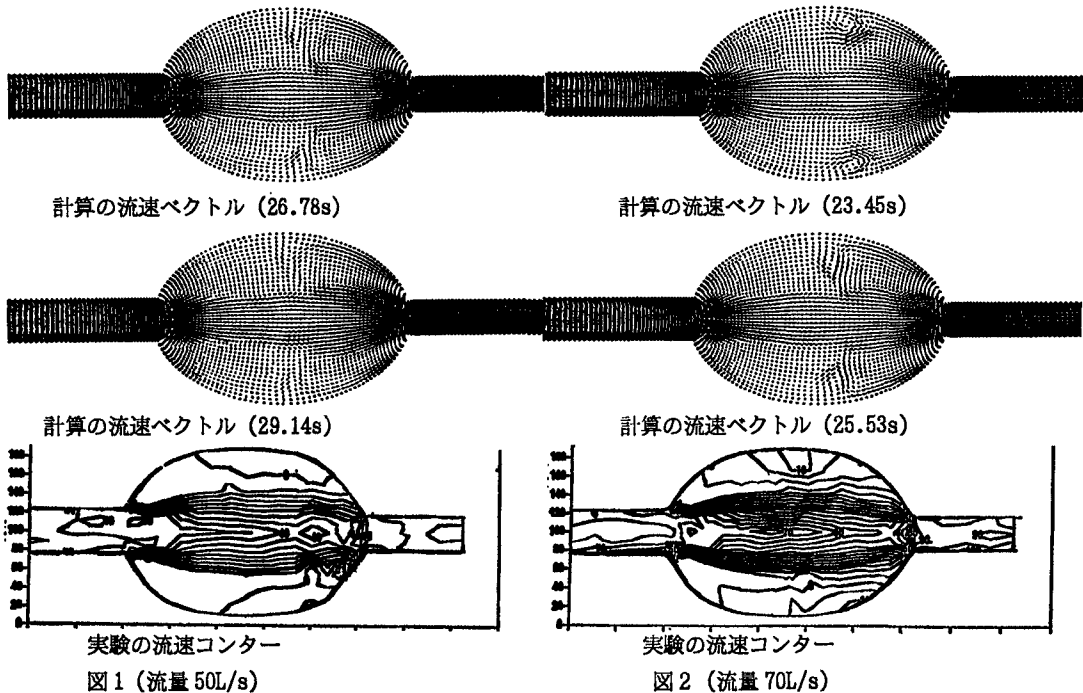
初期条件は、下流端に等流状態を仮定し、不等流計算によって各断面の水深を求め、その水位を与えた。上流

キーワード：山間盆地、St. Venant 浅水流方程式、一般曲線座標、TVD-MacCormack スキーム

^{1, 2} (〒501-1113 岐阜市柳戸 1-1, TEL: 058-293-2449)

初期条件は、下流端に等流状態を仮定し、不等流計算によって各断面の水深を求め、その水位と流速を与えた。上流端の境界条件は、 ξ 方向の流量フラックスを供給量に応じて与え、 η 方向の流量フラックスを0とした。水深は連続方程式に基づいて、2次精度のボックススキームによって求めている。一方、下流端では、等流水深を与え、 ξ 方向の流量フラックスは一つ前の格子点の流量フラックスと同一とし、 η 方向の流量フラックスは0としている。右左の両側壁は、slip条件として反射対称方法を用い、 η 方向の流量フラックスを0とした。水深はやはり連続方程式により2次精度のボックススキームを用いて求めている。時間増分 Δt は差分の CFL 条件を満たすように時間的に変化させている。

4. 解析の結果 図1と2はそれぞれ流量 50L/s と 70L/s 時の2時点における速度計算と実験の結果である、流れは入口に集中し、下流端に行くつれて、段々拡散している。渦が時系列的に入口から出口までの領域を移動することがよく表現されている。盆地の中央には対称な定在的な渦が現れ、それは出口の近くで大きく、上流ほど弱い。図2にも図1と同じ現象が現れているが、渦の規模は明らかにより大きくなった。時間平均的に見ると、計算と実験の結果は良く一致している。



5. 結論 まず山間部における盆地を楕円型と単純化し、一般曲線座標を用いて洪水時の盆地における二次元の流れのモデルを構築し、二次精度を保つ TVD-MacCormack の陽差分スキームによって、流れの基礎方程式を差分化した。解析を行った結果は、盆地における洪水時の流れを良く表現しているものと判断された、今後、このスキームに基づいて、山間盆地の地形変化をシミュレートしている予定である。

参考文献：

- 1) Beinaldo garcia, Rene A. kahawita: NUMERICAL SOLUTION OF THE ST. VENANT EQUATIONS WITH THE MacCORMACK FINITE-DIFFERENCE SCHEME, Journal for Numerical Methods in FLUIDS, VOL.6. 259-274(1986)
- 2) C.A.J. Fletcher: *Computational Techniques for Fluid Dynamics volume I, II*, Springer-Verlag, 1991
- 3) 藤井孝蔵: 流体力学の数値計算法, 東京大学出版会, 1995
- 4) M. HANIF CHAUDHRY: Computation of flows in open-channel transitions, J. of Hydraulic research, VOL.30, 1992, NO.1, ASCE