

粒度組成を考慮した砂州の発生条件に関する理論的研究

北海道大学大学院 学生員 小山 慎一郎

北海道大学大学院 フェロー会員 黒木 幹男

北海道大学大学院 フェロー会員 板倉 忠興

1. はじめに 中規模河床形態に関する従来の研究においては、ほとんどの場合粒径が一樣な河床材料を用いて行われてきたが、実河川ではさまざまな粒度組成の河床が存在している。本研究では、粒度組成が中規模河床形態の発生に与える影響について線形安定理論に基づき検討した。

2. 基礎方程式 剛な側壁を有する移動床広長方形水路の擬定常流れを考える。流れは水深に比して川幅が十分大きいものとする。x、y 方向の流れの運動方程式および連続式をそれぞれ(2.1)、(2.2)、(2.3)式のように書ける。粒径ごとの流砂の連続式を平野¹⁾より(2.4)のように表せる。全流砂の連続式は、(2.4)式を合計することにより省略できる。粒径ごとの流砂量 $\dot{q}_{xi}$ について Meyer-Peter-Muller の流砂量式(2.5)を用いた。さらに流砂量に関して、一般的に不等流の場合には流砂量はその地点における掃流力だけでなく、それより上流における水理量の影響も強く受けるので、この流砂量と掃流力との遅れ距離 δ の概念を考慮した。 $\dot{\tau}_x$ は Manning-Strickler 型の抵抗則(2.6)を用いた。

粒径 $\dot{d}_i$ ごとの無次元限界掃流力は浅田式 $\tau_{*ci} = \tau_{*cm} \log 23 / \log(2 + 21\dot{d} / \dot{d}_m)$ を用い、 $\tau_{*cm} = 0.05$ とした。y 方向の流砂量、せん断力について黒木ら²⁾の用いた砂粒の斜面上の運動式から(2.7)、(2.8)式が得られる。粒度組成、平均粒径について(2.9)、(2.10)のように定義する。

$$\dot{u} \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} + \dot{v} \frac{\partial \dot{u}}{\partial y} = \dot{g} S_0 - \dot{g} \frac{\partial}{\partial x} (\dot{h} + \dot{\eta}) - \frac{\dot{\tau}_x}{\dot{\rho} \dot{h}} \quad (2.1)$$

$$\dot{u} \frac{\partial \dot{v}}{\partial x} + \dot{v} \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} = -\dot{g} \frac{\partial}{\partial y} (\dot{h} + \dot{\eta}) - \frac{\dot{\tau}_y}{\dot{\rho} \dot{h}} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (\dot{u} \dot{h}) + \frac{\partial}{\partial y} (\dot{v} \dot{h}) = 0 \quad (2.3)$$

$$\dot{\Delta} \frac{\partial P_i}{\partial i} + P_i \frac{\partial \dot{\eta}}{\partial i} + \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{\partial \dot{q}_{xi}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{q}_{yi}}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.4)$$

$$\dot{q}_{xi} = 8 P_i \sqrt{\dot{g} \dot{d}_i^3} (\tau_{*i} - \tau_{*ci})^{3/2} \quad (2.5)$$

$$\dot{\tau}_x = \dot{\rho} (u + v) / \{6.9^2 (\dot{h} / \dot{d}_m)^{1/3}\} \quad (2.6)$$

$$\dot{\tau}_y / \dot{\tau}_x = \dot{v} / \sqrt{\dot{u}^2 + \dot{v}^2} + \alpha_1 \frac{\partial \dot{\eta}}{\partial y} \quad (2.7)$$

$$\dot{q}_y / \dot{q}_b = \dot{v} / \sqrt{\dot{u}^2 + \dot{v}^2} - \alpha_2 \frac{\partial \dot{\eta}}{\partial y} \quad (2.8)$$

$$\sum \dot{d}_i P_i = \dot{d}_m \quad (2.9)$$

$$\sum P_i = 1 \quad (2.10)$$

ここで、 $\dot{u}$ ・ $\dot{v}$ は、x、y 方向の平均流速、 $\dot{h}$ は局所水深、 $\dot{\eta}$ は河床の局所変位量、 $\dot{\tau}_x$ ・ $\dot{\tau}_y$ はx、y 方向の河床せん断力、 S_0 は平均河床勾配、 $\dot{g}$ は重力加速度、 $\dot{\Delta}$ は移動層厚で本研究では $\dot{\Delta} = \dot{d}_{max}$ とした、 λ は空隙率、 P_i 、 P_{i0} はそれぞれ粒径 $\dot{d}_i$ の砂礫が流砂中、および交換層直下の元河床において占める割合。 $\dot{q}_{xi}$ はx方向の粒径 $\dot{d}_i$ の流砂量、 $\dot{q}_x$ ・ $\dot{q}_y$ はそれぞれx、y方向の全流砂量。 $\dot{d}_m$ は平均粒径。文字上の dot は次元量を表す。次に各変量を平坦河床上の等流に対応する平均量と河床の微小な擾乱に対応する変動量に分けて考えると基礎方程式は、線形無次元化される。ここで、

$$\alpha_1 = \frac{3}{2} \frac{8(\tau_{*0} - \tau_{*cm})^{1.5}}{\mu 6.9 (\frac{\dot{H}_0}{\dot{d}_m})^{1/6} \sqrt{\tau_{*0}}}, \quad \alpha_2 = \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{\tau_{*cm0}}{\tau_{*m0}}} \frac{\mu}{\mu_c}$$

ここに、 μ は動摩擦係数で、 $\mu = 0.5$ とした。

s は砂粒の水中比重。遅れ距離に関して本研究では平均移動距離を用いる。平均移動距離について Einstein の半里論式 $\delta = 100 \dot{d}_{m0} (1 - \exp(-0.391 / \tau_{*0}))^{-1}$ を用いた。

keyword: 単列砂州、粒度組成、発生領域

〒060-0813 札幌市北区北 13 条西 8 丁目 北海道大学工学部水圏工学講座河川・水資源工学講座

3. 不安定解析 (3.1), (3.2)で表されるような、微小擾乱を考える。特に河床形状において注目すると、 $\hat{\eta}$ は振幅で、 $c=c_r+ic_i$ は無次元複素位相速度、 $k=\pi \dot{H}_0/\dot{L}$, $l=m\pi \dot{H}_0/\dot{B}$ はx, y方向の波数、 $\dot{L}$ は砂州長、 $\dot{B}$ は水路幅、 m はy方向の砂州の分割数。擾乱の振幅は、 $kc_i > 0$ で不安定となり、 $kc_i < 0$ で安定となる。これらの微小擾乱を線形無次元化された基礎方程式に代入すると(3.3)が得られる。6行目以降は粒径を何分割に分けるかによって方程式の本数が変化する。

$$(\tilde{\eta}, \tilde{u}, \tilde{h}, \tilde{\tau}_x, \tilde{q}_{xi}, \tilde{d}_m, \tilde{P}_i) = (\hat{\eta}\hat{u}, \hat{h}, \hat{\tau}_x, \hat{q}_{xi}, \hat{d}_m, \hat{P}_i) \cos(l y) \exp\{ik(x-ct)\} \quad (3.1)$$

$$(\tilde{v}, \tilde{\tau}_y, \tilde{q}_{yi}) = (\hat{v}, \hat{\tau}_y, \hat{q}_{yi}) \sin(l y) \exp\{ik(x-ct)\} \quad (3.2)$$

$$\begin{pmatrix} ikF^2+2S_0 & 0 & ik & -4S_0/3+ik & S_0/3 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & ikF^2+S_0 & -l(1+S_0\alpha_3) & -l & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ ik & l & 0 & ik & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & d_1P_{10} & d_2P_{20} & \cdots & d_nP_{n0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{10} & P_{20} & \cdots & P_{n0} \\ G_1 & A_1l & H_1 & J_1 & K_1 & L_1 & 0 & \cdots & 0 \\ G_2 & A_2l & H_2 & J_2 & K_2 & 0 & L_2 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_n & A_nl & H_n & J_n & K_n & 0 & \cdots & L_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{u} \\ \hat{v} \\ \hat{\eta} \\ \hat{h} \\ \hat{d}_m \\ \hat{P}_1 \\ \hat{P}_2 \\ \vdots \\ \hat{P}_n \end{pmatrix} = 0 \quad (3.3)$$

ここで、

$$A_i = \frac{\dot{q}_{bi0}}{P_{i0}(1-\lambda)\dot{U}_0\dot{H}_0}$$

$$B_i = \frac{2(2ld_i/(2+2ld_i))}{\log(2+2ld_i)}$$

$$D_i = \frac{3}{2} \frac{\tau_{*i0}}{\tau_{*i0} - \tau_{*crit0}}$$

$$G_i = 2A_iD_ik(1-\delta ik)$$

$$H_i = -ikc + A_1l^2\alpha_2$$

$$J_i = -\frac{1}{3}A_1ikG_i(1-\delta ik)$$

$$K_i = -\frac{1}{3}A_1ikD_i(1-\delta ik) - E_i(1-\delta ik)A_1ik$$

$$L_i = -ikc\Delta + A_1ik$$

3. 結果

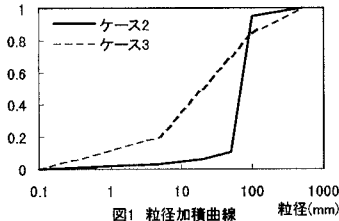


図1 粒径加積曲線

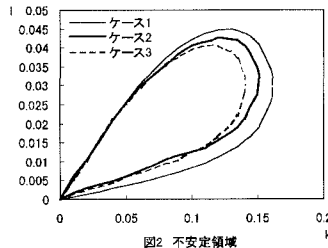


図2 不安定領域

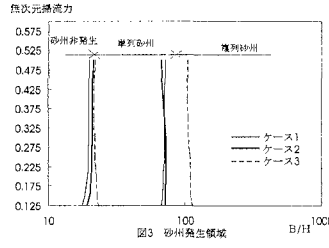


図3 砂州発生領域

(3.3)式において各振幅が0でない有意な解を持つためには左辺の係数マトリックスの行列式は0でなければならない。行列式=0の方程式を解くためには、行列式は河床勾配、無次元掃流力、粒度組成、および k, l, c によってをまとめることができる。

本研究では条件として、河床勾配 $S=0.01$ として計算した。粒度分布に関して、粒径を5分割して考え、ケース1は一樣砂、ケース2は比較的一様砂に近い粒度組成を持つ混合砂、ケース3は幅広い粒度組成を持つ混合砂の3ケースを使用した。それぞれの粒径加積曲線を図1に示す。

$\tau_{*m0} = 0.2$ として、 $kc_i > 0$ となる不安定領域を k, l 相関面上に描くと図2のような結果になった。 kc_i が極大となるものが卓越すると仮定し、 l の定義より $m=1$ として $kc_{imax} < 0$ となる l で砂州非発生となり、 $kc_{imax}(l_*) = kc_{imax}(2l_*)$ となる l_* が単列砂州、複列砂州の発生領域の境

界となる。河床こう配=0.01における砂州の発生領域を図4に示す。

4. まとめ 本研究では、従来の線形安定理論に加えて粒径ごとの流砂の連続の式を用いて解析を行った。その結果、砂州の発生領域は図3のようになり、発生領域に粒度組成が少なからず影響していることが分かる。

参考文献 1)平野宗夫:Armoringをともしう河床低下について、土木学会論文報告集第195号 pp.55~65、1971 2)黒木ら:中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究、土木学会論文報告集第342号 pp.87~96、1984