

広域帯水層における透水係数の推定

室蘭工業大学 学生員 日下 裕貴
室蘭工業大学 正会員 藤間 聡

1. はじめに

地下水資源の有効利用および水質保全対策を講ずるには、自然的、人為的要因による地下水応答を合理的かつ的確に予測することが重要である。このため地下水流動方程式のパラメータである透水係数、透水量係数等の正確な算定法の確立が必要となる。本研究では、観測誤差処理法としてカルマンフィルタ理論、非観測地点の地下水位の推定にバリオグラムを適用して、広域帯水層における透水係数の空間分布を推定するものである。

2. 観測地下水位の誤差処理

地下水観測値から帯水層パラメータを求める逆問題において、観測値に誤差が含まれていると、同定すべきパラメータは最適値に収束せず、ときには物理的に許容できない値を得る場合がある。従って、本研究ではカルマンフィルタ理論の固定区間スムージングを適用して誤差を分離し、観測地下水の平滑推定値を求め、以後の解析において観測値として用いることにした。

3. 非観測地点の地下水位の推定

前節の方法により観測誤差の処理を行った後、トレンドを除いた地下水位変動量を確率変数として考え、非観測地点の地下水位を統計的手法を用いて推定する。本研究では地下水位の変動成分の分散を一定とする代わりに、弱定常過程の成立条件を緩和するとともに変動成分の統計的空間分布をより正確に表現できると考えられるバリオグラムを導入する。バリオグラムは、二点間の状態変数の差の分散を定義するもので、距離 d はなれた二点の地下水位変動量の差の分散が移動に際し不変とするものであり次式によって与えられる。

$$\gamma(d) = \frac{1}{2N(d)} \sum_{i=1}^{N(d)} [Z(X_i + d) - Z(X_i)]^2 \quad (1)$$

ここで、 $\gamma(d)$ はバリオグラム、 $Z(X_i)$ は観測地点 X_i における地下水位変動量、 d は二点間の距離、 $N(d)$ は観測点総数を示す。任意の非観測地点における地下水位変動量は次式で示される線形回帰式により推定を行う。

$$Z^*(X_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_0^i Z(X_i) \quad (2)$$

ここで、 Z^* は非観測地点 X_0 における地下水位変動量の推定値、 $Z(X_i)$ は観測地点 X_i における地下水位変動量の観測値、 λ_0^i は $Z(X_i)$ の重み係数である。

(2)式が最良不偏推定式となるために、推定誤差の平均

が零の不偏性を有すること、推定誤差の共分散が最小となることの2つの条件を満足しなければならない。本解析では、(2)式の重み係数 λ_0^i を推定誤差の不偏性と分散の最小化により同定する。

$$\sum_{i=1}^n \lambda_0^i \gamma(X_i - X_j) + \mu = \gamma(X_i - X_0) \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_0^i = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4)$$

上式を連立して解くことにより、最良近似式の係数 λ_0^i が決定される。

各観測地点における地下水位トレンドは2次元多項式からなる回帰式により推定を行う。

任意の非観測地点の地下水位 H は回帰多項式で求まる平均値と(2)式から求まる変動量の和で表される。

4. 透水係数の空間分布の推定

前節で得られた地下水位から透水量係数の空間分布を推定する。本解析では次式で示される平面二次元定常地下水流動方程式に関して非線形最小二乗による最適化手法を用いて推定する。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T(x, y) \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T(x, y) \frac{\partial H}{\partial y} \right) + Q = 0 \quad (5)$$

ここで、 H は地下水位、 T は透水量係数、 Q は涵養量または揚水量、 x, y は平面座標を示す。観測地点における透水量係数の最適値は観測地下水位に対するモデルによる計算地下水位の残差平方和を最小にするものと考え、最適解を探索するための評価基準として次式を採用する。

$$I(T) = \sum_{i=1}^M w_i [H_i - H_i(T)]^2 \quad (6)$$

式中の I は評価基準、 H_i は推定地下水位、 $H_i(T)$ は計算地下水位、 w_i は重みで、ここでは $w_i = 1$ とする。(6)式を透水量係数 T に関して最小化を行うと次式を得る。

$$\frac{\partial I(T)}{\partial T_m} = \sum_{i=1}^M J_i^T \{H_i - H_i(T)\}^2 = 0 \quad m = 1, \dots, M \quad (7)$$

ここで、 J_i^T はヤコビアン行列と呼称される地下水位 H の透水量係数 T に関する偏微分係数である。また上付添字 T は転置を示す。ここで、 M は同定すべき透水量係数の総数に対応する。

(6)式で示される評価基準 I が極小となるときの T を最適同

定値とした。

上記の求めた透水量係数 T を(8)式より透水係数 k に変換する。

$$k = T / h \quad (8)$$

ここに、 h は水深である。

5. 解析地域の概要

解析領域は図-1で示す北海道勇払平野における不圧帯水層である。今回は解析領域を2つに分割して計算をおこなう。東側領域は東西1.8 km、南北5.0 km、西側領域は東西2.6 km、南北1.2 kmである。この地域の地質は最下層にシルト質土で構成されている。その上には軽石層、火砕流堆積物層が広範囲に分布し、これらはいずれも透水性が高い。領域には24個の自記水位計が設置されており、解析に使用するデータは1996年1月1日から3月1日までの61日間とする。

6. 解析結果

東側領域を1343節点、1248要素、西側領域を1071節点、1000要素の小矩形領域に分割した。不透水層をシルト質土と仮定して、不透水面に関しては地下水位トレンドと同様に多項式からなる回帰式により推定を行い、不透水面からの水深を求める。透水係数はこの水深と有限要素で推定した透水量係数より求めた。その結果を図-2に示す。

東側領域では、透水係数は70～175 m/dayの範囲にあり、これは火山灰の透水係数に相当し、高い透水性を有している。領域南部において透水係数が高くなっている。これは地層に透水係数の大きな砂礫層が存在することにより起因する。

西側領域では、 ab 部で透水係数が高く地下水が集中し

ている。この ab 部は現地では崖を形成しており、崖面の細かい粒子が抜け出て、高い透水性を有しているものと思われる。

7. 結論

逆問題で透水係数の空間分布を推定する場合、観測値の精度が結果に大きな影響を与える。本解析ではカルマンフィルタ理論を用いて誤差処理を行い、バリオグラムを用いて地下水位を推定することにより、モデルの精度に整合するデータが得られた。

図-2において●で示す観測井で行われた揚注水試験で得られた透水係数は95 m/dayであり、推定結果とはほぼ一致し、本解析法が今回の解析領域において有用であることが認められた。

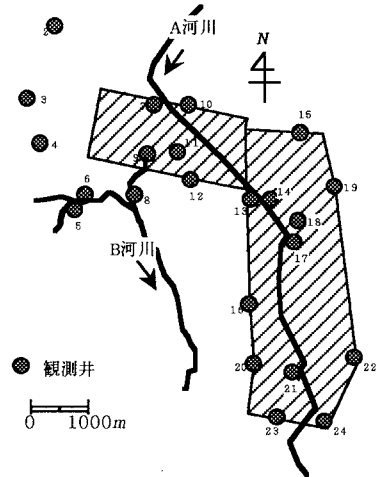


図-1 解析対象領域

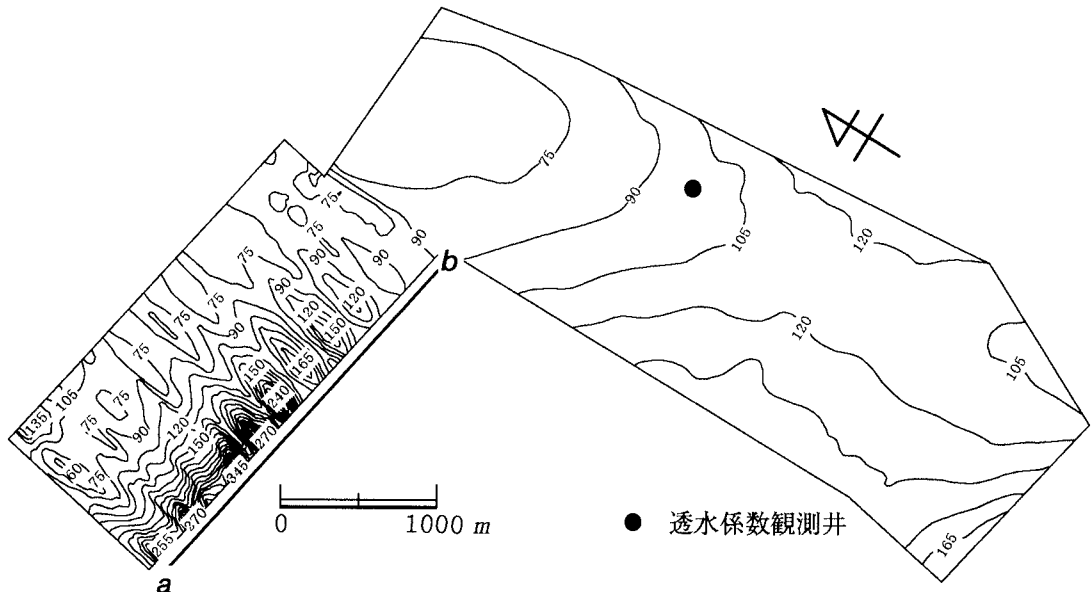


図-2 推定透水係数の空間分布図