

津波数値計算における移流項の取り扱いに関する考察

(株) エコー 正会員

○原 信彦

東海大学 正会員

岩瀬浩之・後藤智明

1. はじめに

浅海域における津波計算では、浅水理論や非線形分散波理論などの長波理論式が利用されている。本文では、長波理論式の数値計算のうち、Zabusky¹⁾、ADI、そして Two-step²⁾の各計算スキームを取り上げ、移流項の差分近似法の違いによる計算結果の差異に関して考察した結果を報告する。

2. 検討の対象とした計算の支配方程式と差分スキーム

検討対象とした計算の支配方程式は、浅水理論と非線形分散波理論式である。非線形分散波理論式としては、1次元伝播としてのPeregrineの式^{2),3)}を利用する。検討対象としたのは、Zabusky、ADI、そして Two-step の各計算スキームである。この3種類は、2重掃き出し法が適用可能な高速演算タイプの計算スキームである。また、ADIスキームに関しては、2次元伝播問題と同様に、時間ステップを2分して陽差分計算と陰差分計算を交互にする形となっている。Two-stepスキームは、分散項以外をStaggered Leap-frog法（陽差分計算）で算出し、次に2重掃き出し法を利用して分散項を考慮する計算法である。したがって、浅水理論式の計算では、Staggered Leap-frog法と同一となる。

3. 浅水理論式の数値計算

図-1に示す水域に孤立波を入射させ、その伝播・変形に関する数値計算結果を水理実験結果と比較する。水理実験は、長さ22m、幅0.5m、高さ0.8mの鋼製造波水槽を用いており、詳細は櫻川ら⁴⁾の論文を参照されたい。図-2および図-3は、それぞれ移流項の空間差分を風上（1次精度）および中央差分（2次精度）として計算した最大水位分布および空間波形に関する結果である（Two-stepスキームは風上差分のみ）。どちらの結果も分散性が重要な孤立波の伝播・変形であるため実験結果との差違が大きい。また、中央差分を用いた計算は、数値誤差に基づく振動が発生する。風上差分を用いた計算は、比較的滑らかな解が得られるが、波峰部で数値誤差に基づく分散性と非線形項の相互作用で数値ソリトン分裂が発生している。このように風上差分を用いた計算で滑らかな解が得られるのは、数値粘性を持つ誤差があるため、数値誤差に基づく振動の発達が抑制されるためであると考えられる。

4. 非線形分散波式の数値計算

浅水理論式を用いた計算と同一の条件で計算した結果が図-4および図-5である。図-4が移流項に風上差分を採用した結果、そして図-5が中央差分の結果である。非線形分散波式の計算では、双方ともに非線形項の誤差から発生する微振動成分（高周波成分波）が分散項の作用により波峰部分に留まらず滑らかな解が得られる。ただし、風上差分を用いた計算では、数値粘性効果により波高が減衰する傾向がある。

5. まとめ

浅水理論計算では、中央差分を用いると振動解となる。風上差分により安定した解が得られるが、条件によっては数値

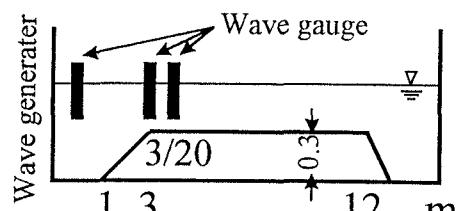


図-1 水底形状

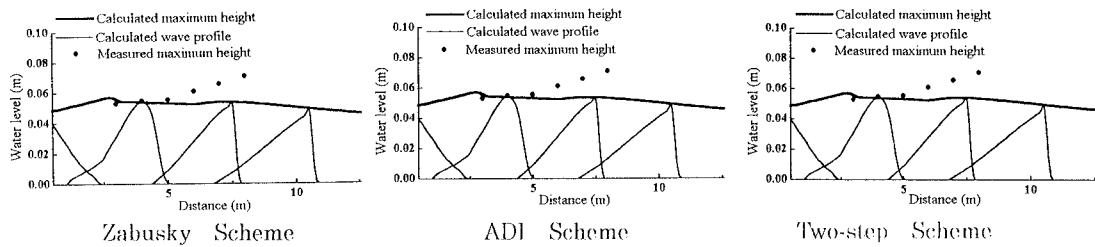


図-2 移流項に風上（1次精度）を用いた計算結果（浅水理論式）と水理実験結果の比較

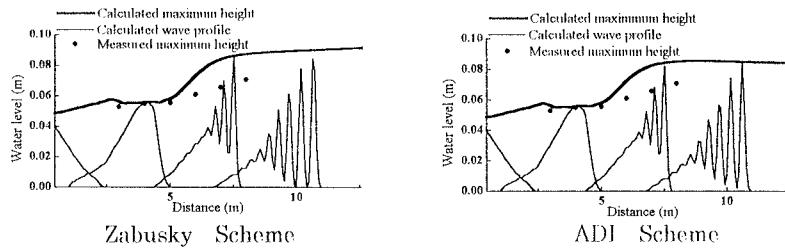


図-3 移流項に中央差分（2次精度）を用いた計算結果（浅水理論式）と水理実験結果の比較

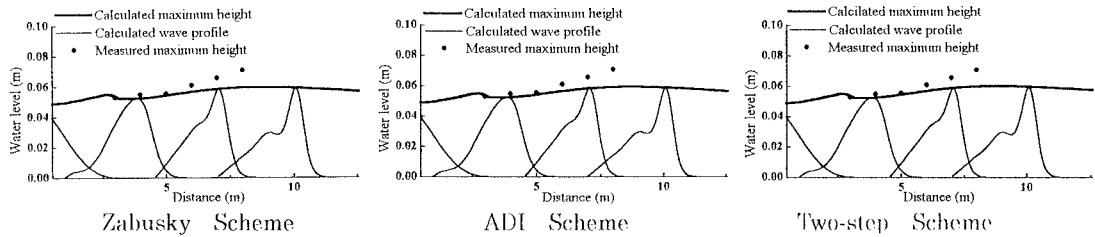


図-4 移流項に風上（1次精度）を用いた計算結果（非線形分散波理論式）と水理実験結果の比較

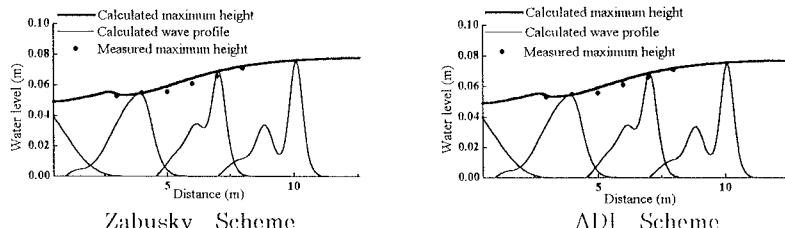


図-5 移流項に中央差分（2次精度）を用いた計算結果（非線形分散波理論式）と水理実験結果の比較

ソリトン分裂が発生する。非線形分散波理論による計算では、中央差分、風上差分とともに安定した解が得られるが、風上差分による計算は波高減衰が大きく実験値とのズレも大きい。したがって、精度の高い非線形分散波理論の数値計算を行うためには、移流項に中央差分を採用する必要性がある。なお、今後、2次精度の風上差分を採用した数値計算に関する検討も実施する予定である。

参考文献

- 1) Zabusky, N. J.: Solitons and bound states of time-independent Schrodinger equation. Physical review, Vol. 168, 1968.
- 2) 岩瀬浩之他：非線形分散波を用いた実用的な津波計算モデル、土木学会論文集（印刷中）
- 3) Peregrine, D. H.: Long waves on a beach. JFM, Vol. 27, Part 4, 1967.
- 4) 櫻川智之他：ソリトン波列の河川堰からの越流に関する実験、第53回土木学会年次学術講演会、1998.