土木学会第53回年次学術講演会（平成10年10月）

Ⅱ -190

座標変換を用いた領域接続計算法

東北大学大学院　学生員○橋　和正
東北大学大学院　正　員　今村文彦

1. はじめに

津波による被害を数値計算を用いて想定しようとする場合，海岸線や陸上部での水位や流速は直接被害に関係するため，高い計算精度が求められる．これらの値は津波の初期波形のみならず，沿岸部での地形に影響されることが知られている．

現在，津波の数値計算は主に差分法で行われているが，差分法に用いる計算格子は通常正方格子であるために，実際の複雑な海岸形状を忠実に表しきれない問題がある．特に，計算座標方向に対して斜めに海岸線が走っている場合には，陸地と海との境界が階差状になり，実際とは異なる反射波が生じることがある．この反射波は入射波の振幅を変化させたり，伝播速度の低下を生じさせる．このような反射波による誤差を境界近似誤差という．

本研究では，計算座標に対して斜めに直線海岸が位置した場合を想定し，比較的容易に境界近似誤差を抑える方法として，回転変換座標を用いた領域接続計算法を提案する．さらに，幾つかのモデル地形を設定して数値実験を行い，従来の境界近似誤差を含むStaggered leap-frog法による計算結果との比較検討を行う．このことによりどの程度の誤差が計算結果に含まれるかを評価する．

2. 領域接続計算法

(1)　支配方程式と差分化

津波の数値計算は浅水長波理論のもとで行われる．ただし，非線形項は考慮していない．本研究の計算方法では，Staggered leap-frog法による差分化を用いて計算する．

(2)　計算の流れと接続範囲

津波に対して用いられるStaggered leap-frog法では，領域分割されたモデルにおいて,各時間ステップで流量と水位を接続して計算を行う．しかし，領域を回転移動させる場合は，2方向存在する流量の接続が難しい

そのため流量の接続は行わず，次のような計算を行う．

① 連続の式（各領域の次のstepの水位を求める．）
② 水位の接続（小領域と大領域相互に水位を接続する．）
③ 運動の式（各領域の次のstepの流量M,Nを求める．）

大領域から小領域に水位を接続する場合は小領域の１格子外側の境界において水位の接続を行い，逆の場合は，小領域内で接続できる水位全てにおいて行う.この様にすれば、水位の接続範囲が重なることなく計算できるので，流量の交換を直接に行う必要がない．

(3)　水位の接続

図ー1に示されたような回転変換を行った場合、領域どうしが共通の座標を持たないので，それぞれの領域における水位計算地点の位置関係を把握する必要がある．例えば，図ー1での小領域Bから大領域Aの任意の点（IA,JA）へ水位を接続する時，小領域Bの座標軸IB，JBからの距離，XX，YYが分かれば良いことになる．さらに格子点のずれであるδX，δYを用いて内挿計算を行い，大領域Aでの値を求めることが出来る。その式を次に示す．

$$\begin{cases} a1 = (1-\delta Y)\cdot ZB(II,JJ) + \delta Y \cdot ZB(II,JJ+1) \\ a2 = (1-\delta Y)\cdot ZB(II+1,JJ) + \delta Y \cdot ZB(II+1,JJ+1) \end{cases}$$

$$ZA(IA,JA) = (1-\delta X)\cdot a1 + \delta X \cdot a2$$

ここで,ZA，ZB は各領域の水位を表す．

逆方向に接続するには同様に，大領域Aでの位置を小領域Bでの座標系として表して，線形補間すればよい．

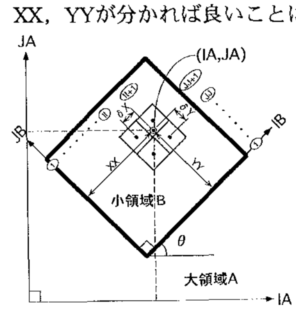

図-1　水位の接続（B→A）

key words ：境界近似誤差，Staggered leap-frog法，領域接続計算
連絡先　〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉０６ tel.022-217-7515

3. 数値計算例（1）

差分による数値計算において最も境界近似誤差が生じやすいのは，計算座標に対して45°で交差する1次元水路であると考えられる．よってまず1次元水路を設定して従来の方法で数値実験を行い，境界近似誤差の特性を調べる.数値実験のモデル地形を図-2に示す．また計算条件は空間格子間隔を1000m，時間格子間隔を3.0秒，入射波の周期を20,40,60分とする．この水路では進行方向に沿った汀線は階差状になっており，この階差の相対的な大きさはdxを水路幅bで割ったεで表す．水路の入り口からsin波を入射させ，最高水位分布，波の時系列等を調べる．

図-2のような水路では入射波として発生させた正弦波がそのままの状態で伝播せず，何らかの影響を受ける．特に幅の起伏の効果を表すεは位相速度に影響を与えることが知られている．そこで，εの変化に伴う波の位相速度の変化を周期別に計算し，起伏のない側面で伝播する場合の理論値，つまり線形長波の波速 $c=\sqrt{gh}$ と比較する．また階差上境界での伝播速度の遅れを定量的に評価したPederson(1986)による位相速度との比較も行う．

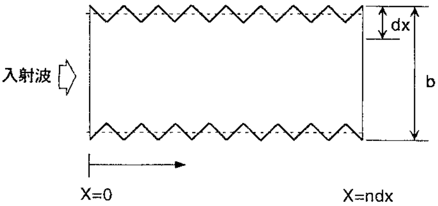

図-2　モデル地形(水路)

位相速度の理論値に対する減衰率を図-3に示す．ここで，nは入射波発生地点からの格子数，　mは標準座標系において水路の側面からの位置を表わす関数を $x=y-l/2(m+l)\Delta x$，$x=y+l/2(m+l)\Delta x$ としたときの整数を表す．これをみるとmが最も小さい時波は十字状に交差しながら伝達していくため，位相速度もほぼ $\sqrt{1/2}$ となっているが，　mが大きくなると速度の減衰率が小さくなっていることが分かる．

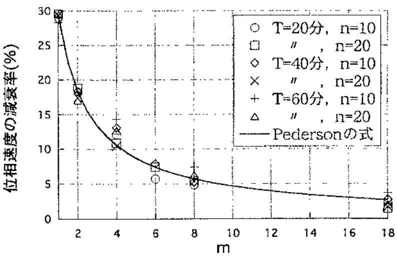

図-3　位相速度の減衰

4. 数値計算例（2）

次に，本研究で作成したプログラムを用いて図-4のようなモデル地形において数値実験を行う．また，従来のStaggered leap-frog法を用いて同じ地形に小領域を配置し，同じ条件で数値実験を行う．そしてこの2つの実験結果を比較することにより，境界近似誤差の特性を調べる．本章では，計算座標に対して45°で交差するV字型湾を設定して数値実験を行う．

計算条件は空間格子間隔を大領域で3000m，小領域で1000m，時間格子間隔を3.0秒，周期を10～60分とする．両計算法での結果を比較したところ，最高水位に大きな違いが見られた．湾奥における最高水位の相対誤差を周期10分から60分までの5分おきに調べた．周期別の湾奥の最高水位と両座標系の相対誤差を図-5に示す．

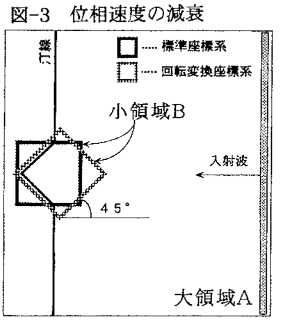

図-4　モデル地形(V字型湾)

図-5によると，最高水位は周期10分で最大で，周期が大きくなるにつれて最高水位が低くなっている．湾奥が振動の腹であることを考慮すると，この湾の固有振動周期は10分以下である．また，両座標系の相対誤差も周期10分で最大で，周期が大きくなるにつれてが低くなっていることが分かる．この結果から，湾奥の最高水位は湾内が固有振動をする時最も誤差が生じやすいことが分かる．

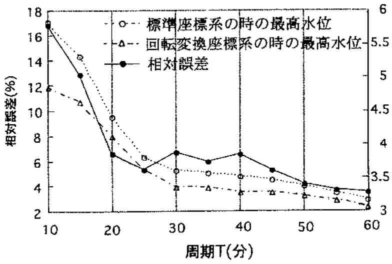

図-5　湾奥の最高水位分布と相対誤差

5. 結論

本研究で得られた結論を以下に述べる．

・本研究による数値計算が特に問題なく行われていることが確認できた．

・1次元水路の様な幅の狭い場所では波の位相速度が減衰することが分かった．

・幾つかのモデル地形によって両計算法の間に生じる誤差の特徴を把握できた．

Geir Pederson：International Journal for Numerical Methods in Fluids,vol.6,497-505 (1986)